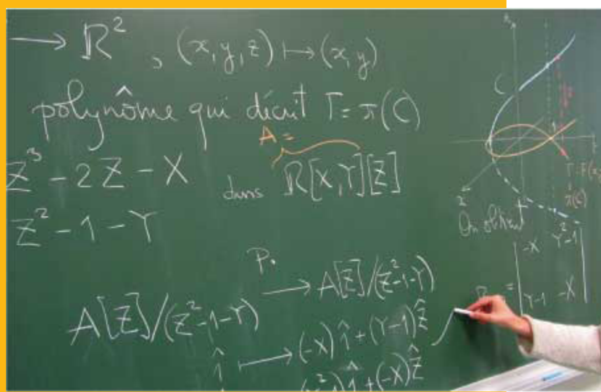
FACULTÉ
DES SCIENCES
UNIVERSITÉ D'ANGERS

MASTER 1
Sciences, Technologies, Santé

2018-2019

MATHÉMATIQUES ET APPLICATIONS

Mathématiques fondamentales et appliquées



CONNAISCIENCES
université
angers

SOMMAIRE

CONTACTS DE LA FORMATION

Sandrine TRAVIER
Assesseure à la Pédagogie
02.41.73.50.01
sandrine.travier@univ-angers.fr

Laurent MEERSSEMAN
Responsable pédagogique et Président du Jury
02.41.73.53.89
laurent.meersseman@univ-angers.fr

Sandrine HERGUAIS
Gestion de la scolarité et des examens
02.41.73.54.85
sandrine.herguais@univ-angers.fr

SCOLARITÉ – EXAMENS

Horaire d'ouverture
9h00 -12h30
13h30 – 17h00
Du lundi au vendredi
Fermé le mercredi après-midi

Bâtiment A
Rez-de-chaussée
Bureau A006

CALENDRIER 2018-2019

CALENDRIER UNIVERSITAIRE

PREMIER SEMESTRE	**Rentrée et début des cours**	Lundi 3 septembre 2018 à 11h00 en salle I006
	Campus Day	Jeudi 20 septembre 2018
	Vacances de Toussaint	Du samedi 27 octobre 2018 au dimanche 4 novembre 2018
	Fin des cours 1er semestre 1	Vendredi 14 décembre 2018
	Examens 1er semestre session 1	Du lundi 7 au vendredi 11 janvier 2019
	Vacances de Noël	Du samedi 22 décembre 2018 au dimanche 6 janvier 2019
	Jury 1er semestre session 1	Vendredi 1er février 2019

DEUXIEME SEMESTRE	**Début des cours**	Lundi 14 janvier 2019
	Vacances d'hiver	Du samedi 16 février 2019 au dimanche 24 février 2019
	Fin des cours 2e semestre	Vendredi 26 avril 2019
	Examens 2ème semestre session 1	Du lundi 13 au vendredi 17 mai 2019
	Vacances de printemps	Du jeudi 11 avril 2019 au lundi 22 avril 2019
	Soutenances de projets	Sera fixé ultérieurement dans la période du 20 au 29 mai 2019
	Jury 2ème semestre session 1	Lundi 3 juin 2019
	Examens 1er et 2ème semestre - Session 2	Du lundi 17 juin au vendredi 21 juin 2019
	Jury 1er et 2ème semestre session 2	Vendredi 5 juillet 2019

**CALENDRİER SUSCEPTİBLE DE MODİFİCATİONS*

PRÉSENTATION DE LA FORMATION

Le master Mathématiques Fondamentales et Applications (MFA) est une formation par la recherche exigeante et rigoureuse. Elle vise à former des mathématiciens professionnels aptes à apporter leur expertise de manière autonome, argumentée, compréhensible et concrète principalement dans le domaine de la recherche académique et de la transmission des savoirs, plus généralement dans tous les domaines où cela s'avère nécessaire.

Le Master MFA dure deux ans et délivre un diplôme national de Master mention Mathématiques et Applications (BAC+5).

Il se décline en trois parcours : MFA-AG (Algèbre-Géométrie), MFA-AP (Analyse-Probabilités) et PSE (Préparation Supérieure à l'Enseignement).

Pour les trois parcours, la première année M1 du master est en tronc commun M1-MFA. Cet enseignement est dispensé sur Angers. Les intervenants du Master 1 MFA sont des enseignants chercheurs rattachés au LAREMA, laboratoire du CNRS (UMR CNRS 6093). Le LAREMA fait partie de la Fédération de Recherche Mathématiques des Pays de Loire (FR CNRS 2962) et du Centre Henri Lebesgue, un *Labex* (laboratoire d'excellence) financé par le programme *investissements d'avenir*.

Les trois parcours se différencient en deuxième année M2. Les enseignements sont localisés à Nantes, fruit d'un partenariat entre les universités d'Angers et de Nantes. Ce partenariat permet d'offrir une plus grande variété de cours. L'équipe pédagogique est constituée d'enseignants-chercheurs angevins et nantais (laboratoire Jean Leray de Nantes, UMR CNRS 6629).

Objectifs de la formation

Le master MFA prépare :

- à une poursuite d'étude par une thèse académique, en algèbre, topologie ou géométrie pour le parcours MFA-AG, en analyse, analyse numérique ou probabilités pour le parcours MFA-AP. Les emplois visés sont en premier lieu ceux de chercheur ou d'enseignant-chercheur dans les organismes de recherche (CNRS, INRIA, etc..) et les établissements d'enseignement supérieur.

- au concours de l'agrégation du secondaire pour le parcours PSE de Préparation Supérieure à l'Enseignement. Les lauréats sont aptes à occuper des postes d'enseignants en mathématiques dans le secondaire, en classes préparatoires ou à l'université.

Compétences visées

Le master MFA procure une solide formation en mathématiques. En fin de cursus, l'étudiant :

- sait construire un raisonnement logique en identifiant clairement hypothèses et conclusion. Il peut modéliser mathématiquement des situations complexes et/ou concrètes, et transférer une expertise mathématique dans un contexte applicatif.

- possède des connaissances et une pratique d'outils et de langages informatiques, en particulier en calcul scientifique (Scilab/Python).

- réussit, au travers d'une première formation à et par la recherche, à aller chercher lui-même les connaissances dont il a besoin ; à creuser jusqu'au bout un sujet ; à le reformuler à mesure que sa compréhension progresse ; à se confronter au doute et à l'incertain ; à transcender ses connaissances scolaires pour innover ; bref à traiter et résoudre des problèmes complexes (parcours MFA).

- sait mettre en relation les savoirs issus des diverses branches des mathématiques et les présenter à l'oral et à l'écrit et suivant une pédagogie adaptée devant une audience d'élèves et d'étudiants. Il dispose de repères historiques, connaît les enjeux épistémologiques et les problèmes didactiques (parcours PSE).

Public visé

Le Master MFA 1ère année s'adresse en priorité aux étudiants diplômés d'une licence de mathématiques ou d'une école d'ingénieurs. Il est à capacité limitée et l'admission en première du master est sélective. Le recrutement accorde une part importante d'une part aux qualités académiques et à la capacité de travail, d'autre part à la motivation et à l'autonomie.
Les candidatures relevant de la formation continue sont les bienvenues et considérées avec la plus grande attention.

Des raisons de choisir le master MFA de l'Université d'Angers

La qualité de la recherche française en mathématiques fondamentales et appliquées est mondialement reconnue : suivant les critères choisis, elle se place du premier au troisième rang mondial. Dans ce cadre, la recherche en mathématique du laboratoire LAREMA de l'Université d'Angers, associé au CNRS et partenaire du Labex Lebesgue, se distingue par son excellence.

L'Université d'Angers est reconnue par ses résultats en matière de taux de réussite et d'insertion professionnelle des ses étudiants : sur ces deux points, les enquêtes ministérielles la placent aux toutes premières places des universités françaises. **Les étudiants du Master MFA ont l'assurance d'un accompagnement performant de leurs études.**

Angers et son agglomération, ville étudiante par excellence par sa population de plus 33.000 étudiants, apparaît dans les enquêtes nationales comme étant l'une des villes les plus attractives dans ce domaine : vitalité de la vie étudiante, qualité et modération des prix pour le logement étudiant, facilité de déplacement, etc... En résumé, **les étudiants du Master MFA ont l'assurance d'une qualité de vie et d'étude particulièrement propice à leur réussite et à leur insertion professionnelle**.

SEMESTRE 1												**30 ECTS**
U.E.	**Matières**	**ECTS**	**Coef.**	**Volumes horaires**				**Contrôle des Connaissances**				
				tot.	CM	TD	TP	1re session		2e session	Durée exam.	
								Assidus	D.A.			
UE1	Analyse Hilbertienne	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE2	Modules et Corps	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE3	Courbes et Surfaces	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE4	Analyse Numérique Matricielle *(commun au Master DS)*	5	5	40	16	12	12	0.4 CT + 0.3 CC + 0.3 TP	0.66 CT + 0.34 TP	0.66 CT + 0.34 TP	2 h 30	
UE5	Optimisation non-linéaire *(commun au Master DS)*	5	5	40	16	12	12	0.66 CT + 0.34 CC	CT	CT	2 h 30	
UE6	Histoire des sciences	2	2	24	12	12	0	Oral	Oral	Oral	20 min.	
Logiciels (Facultatif) Compléments connaissances de logiciels		0	0	6	0	0	6	-	-	-	-	

(*)= Max((CC+2CT)/3,CT)

SEMESTRE 2												**30 ECTS**
U.E.	**Matières**	**ECTS**	**Coef.**	**Volumes horaires**				**Contrôle des Connaissances**				
				tot.	CM	TD	TP	1re session		2e session	Durée exam.	
								Assidus	D.A.			
UE7	Probabilités	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE8	Analyse fonctionnelle	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE9	Groupes classiques	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE10	Analyse complexe	6	6	54	27	27	0	(*)	CT	CT	3 h	
UE11	Projet	6	6	0	0	0	0	Rapport de stage + Soutenance devant jury	Rapport de stage + Soutenance devant jury	Rapport de stage + Soutenance devant jury		
Stage Stage facultatif		0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	

(*)= Max((CC+2CT)/3,CT)

SEMESTRE 1

UE obligatoires

UE 1 – Analyse Hilbertienne

Responsable : L. Evain laurent.evain@univ-angers.fr

Prérequis
Analyse de niveau licence : intégration pratique (Lebesgue), suites et séries, suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, suites de Cauchy.
Algèbre linéaire et bilinéaire de niveau licence : produit scalaire, bases orthonormales, projection orthogonale, Gram-Schmidt.

Contenu de l'enseignement
Espaces de Banach, complétude. Espaces de Hilbert : théorème de projection sur un convexe fermé ; dualité, théorème de représentation de Riesz ; bases hilbertiennes. Cas des fonctions périodiques.
Produit de convolution dans L^1 et L^2. Approximation de l'identité, densité des fonctions C-infinies et régularisation.
Transformée de Fourier discrète.
Transformée de Fourier dans L^1, L^2 et dans l'espace S de Schwartz. Théorème d'inversion dans L^1, théorème de Plancherel-Parseval et inversion dans L^2, inversion dans S.
Applications à la construction de bases hilbertiennes (polynômes orthogonaux, séries de Fourier) et à la résolution d'équations de convolutions et d'EDP.

Compétences visées
Savoir reconnaître parmi les espaces fonctionnels classiques les Banach et les Hilbert.
Savoir construire des familles orthonormales et déterminer l'orthogonal d'un sous-espace en dimension infinie.
Savoir calculer un produit de convolution simple et s'en servir pour régulariser une fonction.
Savoir calculer une transformée de Fourier simple. Savoir décomposer une fonction périodique en série de Fourier.
Savoir utiliser les théorèmes d'inversion pour construire des bases hilbertiennes ou résoudre des équations de convolution et des edp dans des situations simples.

Bibliographie indicative
M. El Amrani, « Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels : niveau M1 ». Ellipses (2008)
J.M. Bony, « Cours d'Analyse - Théorie des distributions et analyse de Fourier ». Les Editions de l'Ecole Polytechnique (2001)
C. Gasquet, P. Witomski, « Analyse de Fourier et applications : Filtrage, calcul numérique, ondelettes ». Dunod (2000).
M. Willem, « Analyse harmonique réelle ». Hermann (1995).

UE 2 – Modules et Corps

Responsables : A. Assi abdallah.assi@univ-angers.fr *et M. Brestovski* michel.brestovski@univ-angers.fr

Prérequis
Algèbre de licence : anneaux, idéaux, corps de fractions, polynômes, factorisation.

Contenu de l'enseignement
Modules sur un anneau commutatif unitaire. Suites exactes de modules.
Classification des modules sur un anneau principal et théorème de la base adaptée.
Applications aux invariants de similitude et à la jordanisation.
Extension de corps. Nombres algébriques. Application aux constructions à la règle et au compas.
Polynômes symétriques et théorème de décomposition. Fonctions de Newton. Résultant et discriminant.

Compétences visées
Savoir calculer explicitement la réduite de Smith d'une matrice A, la suite des invariants de similitude de A ainsi qu'une base adaptée au sous-module engendrée par les colonnes de A.
Savoir étudier l'exactitude d'une suite de A-modules.
Savoir décomposer effectivement un polynôme symétrique en termes de fonctions symétriques élémentaires.
Savoir résoudre des équations et des systèmes algébriques en utilisant les formules de Newton et les relations entre coefficients et racines.
Savoir calculer le résultant et le discriminant dans des cas classiques.
Savoir mener des calculs dans des corps finis.
Savoir décider de la résolubilité d'une équation algébrique sur des exemples.

Bibliographie indicative
J. Briançon et P. Maisonobe, « Eléments d'algèbre commutative ». Ellipses (2004)
W.A. Adkins et S.H. Weintraub, « Algebra. An approach via module theory ». Springer (1992)
J.P. Escofier, « Théorie de Galois ». Dunod (2004)

UE 3 – Courbes et surfaces
Responsable : L. Meersseman laurent.meersseman@univ-angers.fr

Prérequis
Calcul Différentiel et Géométrie Affine et euclidienne de Licence : théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites dans R^2 et R^3, sous-variétés de R^n, sous-espaces affines, produit scalaire euclidien, orthogonalité.

Contenu de l'enseignement
Changement de variables, inversion locale, fonctions implicites. Théorèmes d'immersion et de submersion. Application aux sous-variétés de R^n. Vecteurs tangents, espaces tangents.
Courbes dans R^3. Paramétrage, reparamétrage. Abscisse curviligne. Longueur d'une courbe.
Étude locale des courbes planes et gauches : courbure, torsion, plan osculateur, repère de Frenet-Serret.
Surfaces dans R^3, paramétrages vs équations, coordonnées. Exemples.
Étude locale des surfaces : première et seconde formes fondamentales. Applications de Gauss et de Weingarten. Courbure de Gauss. Interprétation géométrique de la courbure.
Paramétrage conforme. Calculs d'aire. Notion d'isométrie locale. Théorème egregium.

Compétences visées
Savoir appliquer les théorèmes d'immersion et de submersion pour donner des formes locales simples d'une sous-variété.
Savoir reparamétrer une courbe par abscisse curviligne et calculer sa longueur.
Savoir calculer la courbure et la torsion d'une courbe et les interpréter géométriquement.
Savoir écrire les équations de Frenet-Serret d'une courbe.
Savoir calculer la première forme fondamentale, la deuxième forme fondamentale, la courbure et les interpréter géométriquement.
Savoir calculer l'aire d'une surface et vérifier si un paramétrage est conforme.
Comprendre la signification géométrique d'une isométrie locale et savoir déterminer si deux surfaces sont localement isométriques dans des cas simples.

Bibliographie indicative
M.P. do Carmo, « Differential Geometry of Curves and Surfaces », Dover (2016)
S. Montiel et A. Ros, « Curves and Surfaces », AMS (2009)
D.J. Struik, « Lectures on classical Differential Geometry », Dover (1988)

UE 4 – Analyse Numérique Matricielle (commun avec le Master DS)

Responsables : E. Delabaere eric.delabaere@univ-angers.fr, B. Landreau bernard.landreau@univ-angers.fr

Prérequis

Algèbre linéaire et bilinéaire en dimension finie (licence mathématiques L3)
Analyse numérique (licence L3)

Contenu de l'enseignement

Complexité d'un algorithme ; conditionnement d'une matrice ; rayon spectral ; théorème de Schur ; systèmes linéaires, résolution directe : méthodes de Gauss, factorisation LU et PLU, méthode de Cholesky, méthode QR ; moindres carrés ; systèmes linéaires, résolution itérative : méthode de Jacobi, méthode de Gauss-Seidel, méthodes de gradient ; décompositions en valeurs propres et en valeurs singulières (SVD) : méthode de Jacobi, méthode QR, méthode des puissances.

Compétences visées

Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de résolution directe de systèmes linéaires, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles : méthodes de Gauss, factorisation LU et PLU, méthode de Cholesky, méthode QR ;
Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de résolution itérative de systèmes linéaires, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles, savoir analyser leur convergence : méthode de Jacobi, méthode de Gauss-Seidel, méthodes du gradient ;
Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de décomposition en valeurs propres ou en valeurs singulières, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles, savoir analyser leur convergence : méthode des puissances, méthode de Jacobi, méthode QR.
Savoir expliquer ou construire un script Python des algorithmes précédents, en proposer des améliorations dans certains cadres applicatifs ;
Connaître et savoir utiliser sous Python des bibliothèques de type scipy.linalg
Dans des cas pratiques simples, savoir modéliser un problème menant à la résolution de systèmes linéaires, le traiter numériquement sous Python par application des résultats du cours, et être capable d'interpréter les résultats obtenus. (Mini projet)

Bibliographie indicative

G. Allaire, S.M. Kaber, « Algèbre linéaire numérique ». Ellipses (2002)
G. Allaire, « Analyse numérique et optimisation ». Editions de l'Ecole Polytechnique, (2005)
G.H. Golub, C.F. Van Loan, « Matrix Computation ». The John Hopkins University Press, (1989)

UE 5 – Optimisation non-linéaire (commun avec le Master DS)

Responsable : D. Naie daniel.naie@univ-angers.fr

Prérequis

calcul différentiel en dimension finie analyse (licence mathématiques L3)
algèbre linéaire en dimension finie (licence mathématiques L3)
analyse numérique (licence L3)

Compétences visées

Connaître le comportement et la caractérisation des ensembles et des fonctions convexes.
Pour un problème d'optimisation donné, savoir reconnaître sont type (optimisation avec ou sans contraintes) et savoir choisir la méthode adaptée pour le résoudre parmi les suivantes : multiplicateurs de Lagrange, méthode de Karush-Kuhn-Tucker, méthode de pénalisation (du point intérieur).
Dans des cas simples, savoir résoudre complètement un problème d'optimisation par mise en oeuvre des mèthodes précédentes.
Comprendre et savoir utiliser sous Python des algorithmes standards d'optimisation convexe.

Savoir résoudre des problèmes pratiques d'optimisation en une dimension (optimisation sans ou avec utilisation de la hessienne) en utilisant le logiciel Python.

Contenu de l'enseignement
Programmation non-linéaire ; fonctions convexes en une et plusieures variables ; optimisation sans contraintes ; méthode de descente de gradient ; méthode utilisant la hessienne (basée sur la méthode de Newton-Raphson pour résoudre une équation non-linéaire) ; multiplicateurs de Lagrange ; optimisation avec contraintes larges ; méthode de Karush-Kuhn-Tucker ; méthode de pénalisation (du point intérieur)

Bibliographie indicative
N. Lauritzen, « Undergraduate convexity: From Fourier and Motzkin to Kuhn and Tucker »
World Scientific (2013)
S.G. Nash, A. Sofer, « Linear and nonlinear optimization ». McGraw-Hill (1996)

UE 6 – Histoire des Sciences

Responsables : M. Brestovski michel.brestovski@univ-angers.fr *et L. Meersseman*
laurent.meersseman@univ-angers.fr

Prérequis
Licence de Mathématiques

Contenu de l'enseignement
Revisiter et approfondir dans un cadre historique certaines notions fondamentales acquises en licence de mathématiques.
Le programme précis est susceptible de varier chaque année.
A titre d'exemple, en 2015-2016 : quelques résultats et perspectives en géométrie euclidienne, géométrie sphérique et hyperbolique.

Compétences visées
Savoir resituer dans une perspective historique les notions de mathématiques acquises.
Savoir faire le lien entre un texte ancien de mathématiques et ses reformulations modernes.

UE optionnelle

Logiciels : Compléments connaissances de logiciels (facultatif, commun avec le master DS)

Responsable : F. Ducrot francois.ducrot@univ-angers.fr

Contenu de l'enseignement
Ce cours facultatif vise à l'acquisition des rudiments des logiciels R et Python. Ce module s'adresse uniquement aux étudiants n'ayant pas jamais manipulé ces logiciels.

Compétences visées
Savoir utiliser le logiciel R. Savoir programmer en python à un niveau basique.

SEMESTRE 2

UE obligatoires

UE 7 – Probabilités

Responsable : L. Vostrikova lioudmila.vostrikova-jacod@univ-angers.fr

Prérequis

Calcul intégral et probabilités de licence, en particulier théorèmes de convergence et de dérivation/intégration sous le signe somme, variables aléatoires, lois de probabilités, fonction de répartition, lemmes de Borel-Cantelli, convergence en probabilité et presque-sûre.
Analyse Hilbertienne du 1er semestre : espaces de Hilbert, L^2 est un espace de Hilbert, projection orthogonale.

Contenu de l'enseignement

Complément de théorie de la mesure : familles déterminant l'égalité de deux mesures de probabilité, théorème d'extension de Carathéodory-Hahn-Kolmogorov.
Indépendance et événements asymptotiques. Loi du 0-1 de Kolmogorov.
Convergence dans L^p et équi-intégrabilité. Lien entre les différents modes de convergence. Séries de variables aléatoires indépendantes. Inégalité de Kolmogorov. Lois des grands nombres.
Convergence en loi, théorème de continuité de Lévy, théorème limite central. Applications.
Loi normale multidimensionnelle et vecteurs gaussiens : fonction caractéristique, densité, théorème de Cochran. Théorème limite central multidimensionnel.
Espérance conditionnelle : espérance conditionnelle comme opérateur de projection, propriété caractéristique, positivité, extension à L^1, théorèmes de passage à la limite, espérance conditionnelle et indépendance, calcul effectif de l'espérance conditionnelle dans différentes situations.
Introduction aux martingales : filtration, (sur/sous-)martingale, temps d'arrêt, premier théorème d'arrêt, théorème de convergence des martingales dans L^1.

Compétences visées

Savoir démontrer qu'un événement est asymptotique ou non.
Connaître les différents modes de convergence (en probabilité, presque-sûre, L^p, en loi) de suite de variables aléatoires, et les outils (inégalités maximales, fonction caractéristique) et théorèmes (LFGN, TLC, théorème de convergence des martingales bornées) permettant d'établir ces convergences dans des situations classiques.
Savoir justifier l'existence d'une espérance conditionnelle. Savoir justifier un passage à la limite dans une espérance conditionnelle. Calcul effectif de l'espérance conditionnelle dans les situations classiques.
Savoir reconnaître qu'un processus est une (sous/sur-)martingale, qu'un temps aléatoire est un temps d'arrêt. Connaître le théorème d'arrêt et le ou les théorèmes de convergence des martingales du cours.

Bibliographie indicative

J.Y. Ouvrard, « Probabilités 2 », Cassini (2009).
P. Barbe et M. Ledoux, « Probabilités », EDP Sciences (2007).

UE 8 – Analyse fonctionnelle

Responsable : N. Dutertre nicolas.dutertre@univ-angers.fr

Prérequis

Analyse de niveau licence : intégration pratique (Lebesgue), suites et séries, suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, suites de Cauchy, notions de base de topologie dans R^n. Analyse hilbertienne du 1er semestre : espaces de Banach, espaces de Hilbert.

Contenu de l'enseignement
Espaces métriques : topologie définie par une distance, suites, complétude.
Compléments sur les espaces vectoriels normés, les espaces de Banach et de Hilbert. Espace dual. Compléments sur les espaces L^p.
Théorèmes de Stone – Weierstrass et d'Arzela – Ascoli.
Introduction à la théorie spectrale des opérateurs : inverse, adjoint, spectre. Opérateurs bornés. Opérateurs auto-adjoints. Opérateurs compacts.

Compétences visées
Connaître et comprendre les notions de base de la topologie (ouvert, fermé, compact, connexe) dans un espace métrique.
Savoir démontrer le caractère complet d'un espace métrique.
Savoir appliquer les théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle dans des situations simples.
Savoir démontrer le caractère borné, compact, auto-adjoint d'un opérateur.
Savoir calculer l'inverse, l'adjoint, le spectre d'un opérateur sur des exemples.
Savoir reformuler des problèmes simples d'analyse fonctionnelle en problèmes sur des opérateurs.

Bibliographie indicative
V. Avanissian, « Initiation à l'analyse fonctionnelle ». PUF (1996).
H. Brezis, « Analyse fonctionnelle. Théorie et Applications ». Dunod (2005).
J.B. Conway, « A course in Functional Analysis ». Springer (1994).
D. Li, « Cours d'analyse fonctionnelle avec 200 exercices corrigés ». Ellipses (2013).

UE 9 – Groupes classiques
Responsable : I. Reider igor.reider@univ-angers.fr

Prérequis
Algèbre de licence : algèbre linéaire, groupes.
Analyse et topologie de licence : notions de topologie dans les espaces vectoriels de dimension finie (ouverts, fermés, connexes, compacts), séries de fonctions, convergence normale.
Sous-variétés de Rn et espaces tangents.

Contenu de l'enseignement
Propriétés topologiques et de groupe de GLn(R) et GLn(C).
Exemples de sous-groupes fermés. Groupes orthogonaux et unitaires. Décomposition polaire.
Notion d'algèbre de Lie. Exemples.
Exponentielle de matrices : définition, propriétés, lien avec les algèbres de Lie.
Structure de sous-variété sur les groupes linéaires classiques. Notion de groupe de Lie. Algèbre de Lie et espace tangent.
Action d'un groupe topologique. Orbites, groupes d'isotropie. Exemples matriciels.
Exemples d'espaces homogènes.

Compétences visées
Connaître les groupes linéaires classiques et leurs propriétés en tant que sous-groupes de Gln.
Savoir montrer qu'un sous-groupe de Gln est fermé, est une sous-variété.
Savoir calculer l'exponentielle d'une matrice dans des situations simples. Savoir utiliser l'exponentielle pour relier un groupe linéaire classique et son algèbre de Lie.
Savoir calculer l'algèbre de Lie d'un groupe classique.
Connaître les propriétés des groupes orthogonaux et unitaires. Savoir calculer la décomposition polaire d'une matrice.
Savoir reconnaître une action de groupes, calculer orbites et sous-groupes d'isotropie.
Savoir utiliser une action de groupes pour décrire un espace comme espace homogène.

Bibliographie indicative
R. Mneimné et F. Testard : « Introduction aux groupes de Lie classiques », Hermann, 1997.

UE 10 – Analyse complexe

Responsable : A. Assi abdallah.assi@univ-angers.fr

Prérequis
Analyse de Licence : calcul différentiel dans R2, séries entières, suites et séries de fonctions, calcul intégral.

Contenu de l'enseignement
Notion de fonction holomorphe. Fonctions holomorphes et DSE. Exemples.
Intégration sur les chemins. Primitives. Théorème de Morera.
Formule de Cauchy sur un disque, inégalités de Cauchy, théorème de Liouville.
Principe des zéros isolés.
Principe du maximum. Lemme de Schwarz.
Homotopie de lacets. Simple connexité.
Théorème d'inversion locale. Coupures, logarithme et racines carrées. Lien avec la simple connexité.
Fonctions méromorphes. Séries de Laurent.
Théorèmes des résidus. Application au calcul d'intégrales.
Théorème de Rouché.
Familles normales. Théorème de Weierstrass de convergence de suites de fonctions holomorphes.

Compétences visées
Savoir reconnaître une fonction holomorphe. Savoir développer en série entière une fonction holomorphe simple.
Savoir utiliser la formule de Cauchy pour établir des relations entre fonctions holomorphes.
Savoir reconnaître un domaine simplement connexe. Connaître le sens de la fonction racine carrée et de la fonction logarithme sur un domaine simplement connexe.
Savoir reconnaître une fonction méromorphe et la développer en série de Laurent.
Savoir calculer des intégrales réelles en utilisant la formule des résidus.
Savoir appliquer les théorèmes de Rouché et de Weierstrass pour montrer la convergence d'une sous-suite vers une fonction holomorphe non constante.

Bibliographie indicative
H. Cartan, « Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes ». Hermann (1992).
B. Chabat, « Introduction à l'analyse complexe », tome 1. Mir (1990).

UE 11 – Projet

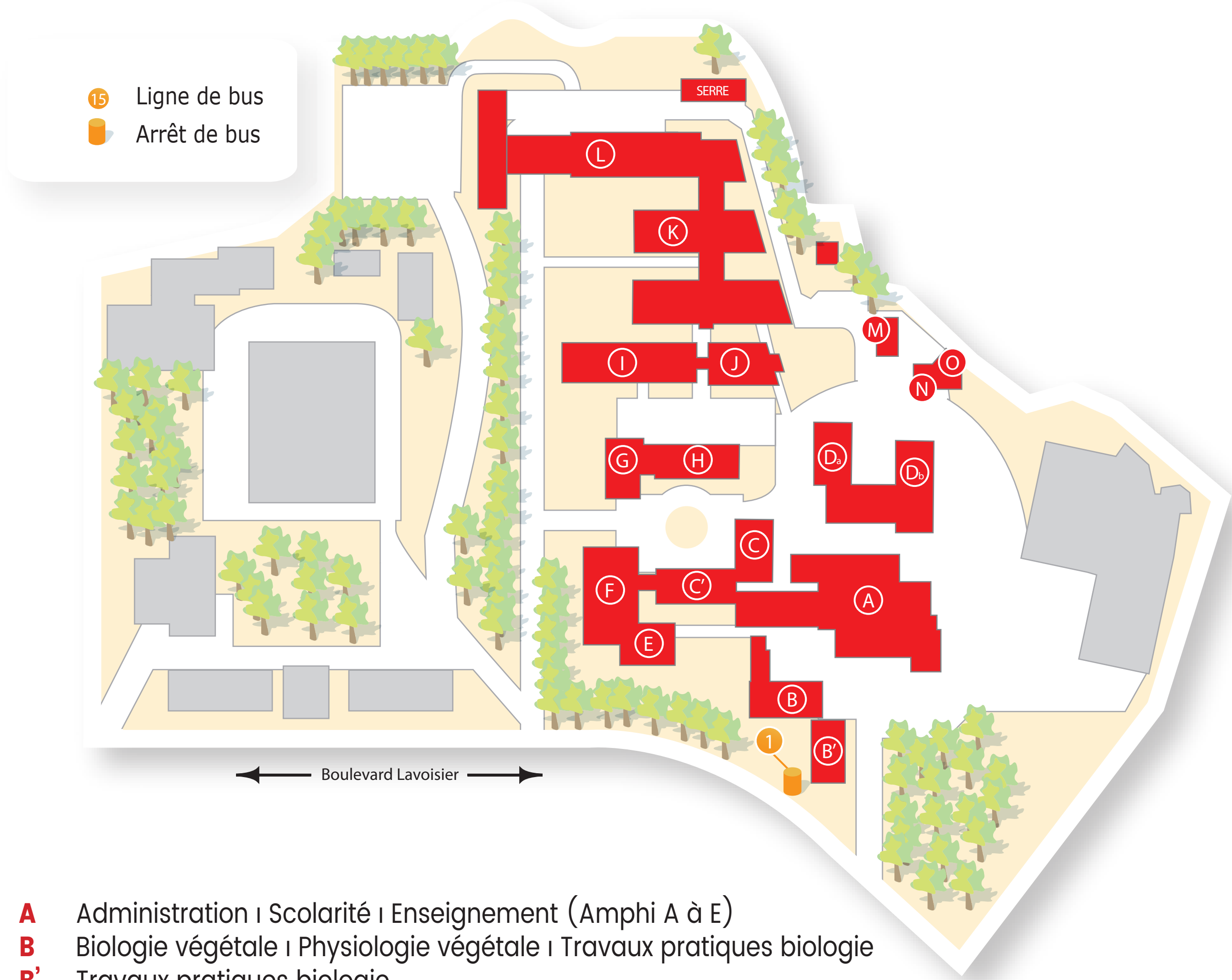
Contenu de l'enseignement
L'Initiation à la Recherche, aussi appelée Travaux Encadrés de Recherche (TER), est un projet réalisé tout au long du second semestre par l'étudiant en laboratoire, encadré par un enseignant-chercheur ou chercheur tuteur dans le cadre du LAREMA, donnant lieu à la rédaction d'un rapport et à une soutenance orale devant jury.
Le sujet est choisi par l'étudiant dans une liste proposée par les enseignants-chercheurs et chercheurs du LAREMA. Il s'agit d'approfondir un thème particulier dans un des domaines couverts par les cours du Master 1.
A titre d'exemple, les sujets suivants ont été traités en 2015-2016 : uniformisation des domaines du plan complexe, bases de Gröbner et applications, Représentation linéaire des groupes finis, Primes is P, Martingales exponentielles
Les documents d'appui sont majoritairement des textes en anglais, ce qui participe de la pratique de l'anglais scientifique.

Compétences visées
Savoir lire, comprendre et exploiter un article de mathématiques, notamment un article écrit en anglais.
Savoir détailler et préciser des preuves données succinctement dans un article.
Savoir rédiger un texte mathématique et utiliser un logiciel de traitement de texte mathématique type Latex.
Savoir présenter à l'oral des résultats mathématiques sur un sujet donné.
Savoir répondre à des questions techniques sur le sujet traité.

UE optionnelle

Stage (Facultatif)

Les étudiants qui le souhaitent peuvent effectuer un stage en milieu professionnel. Le stage nécessite la signature d'une convention entre l'université d'Angers et l'établissement d'accueil.



A Administration | Scolarité | Enseignement (Amphi A à E)
B Biologie végétale | Physiologie végétale | Travaux pratiques biologie
B' Travaux pratiques biologie
C Travaux pratiques chimie
C' Département de Géologie | Recherche environnement (LETG -LEESA) | Recherche géologie (LPGN-BIAF)
D Travaux pratiques physique
Da Enseignement | Travaux pratiques physique
Db Département de Physique | Recherche physique (LPHIA)
E Travaux pratiques biologie
F Département de Biologie | Recherche neurophysiologie (SIFCIR) | Travaux pratiques biologie, géologie
GH Département Informatique | Recherche Informatique (LERIA) | Travaux pratiques géologie
I Département Mathématiques | Recherche Mathématiques (LAREMA)
J Chimie enseignement | Travaux pratiques
K Département de Chimie | Recherche Chimie (MOLTECH Anjou)
L Espace multimédia | Enseignement (Amphi L001 à L006) | Espace congrès | Salle d'examen rez-de-jardin

Impression Service Reprographie UA

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ D'ANGERS

2, Boulevard Lavoisier
49045 ANGERS CEDEX 01