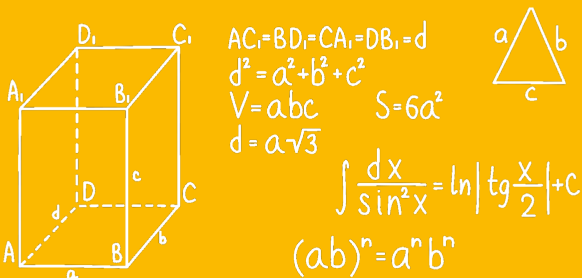
Master 1

Sciences, Technologies, Santé

2022-2023

Mathématiques et applications

Mathématiques fondamentales et appliquées



M1 MFA

CONNaiSCIENCES

université angers

SOMMAIRE

PDF interactif
pour revenir au sommaire
utiliser sur les pages

CONTACTS DE LA FORMATION

Directrice Adjointe à la Pédagogie
Sandrine TRAVIER
sandrine.travier@univ-angers.fr

Responsable pédagogique
Mattia CAFASSO
Tél. : 02 41 73 54 78
mattia.cafasso@univ-angers.fr

Gestion de la scolarité et des examens
Sandrine HERGUAIS
Tél. : 02 41 73 54 85
sandrine.herguais@univ-angers.fr

SCOLARITÉ – EXAMENS

Bâtiment A, Rez-de-chaussée
Horaires d'ouverture
8h30 – 12h00
13h30 – 16h30
Du lundi au vendredi
Fermé le mercredi après-midi

2022 – 2023

Premier semestre

Rentrée et début des cours	Lundi 05 septembre 2022
Vacances d'automne	Du samedi 29 octobre 2022 au lundi 07 novembre 2022
Fin des cours du 1er semestre	Jeudi 08 décembre 2022
Examens 1er semestre I Session 1	Du mercredi 14 décembre 2022 au vendredi 16 décembre 2022 et du mardi 03 janvier 2023 au vendredi 06 janvier 2023
Vacances de Fin d'année	Du samedi 17 décembre 2022 au Lundi 02 janvier 2023
Jury 1er semestre I Session 1	Lundi 30 janvier 2023

Deuxième semestre

Début des cours	Lundi 09 janvier 2023
Vacances d'hiver	Du samedi 18 février 2023 au dimanche 26 février 2023
Fin des cours 2ème semestre	Vendredi 14 avril 2023
Vacances de printemps	Du samedi 22 avril 2023 au lundi 01 mai 2023
Examens 2ème semestre I Session 1	Du lundi 08 mai 2023 au mercredi 10 mai 2023
Soutenances de TER et projets I Session 1	Du lundi 22 mai 2023 au mercredi 24 mai 2023
Jury 2ème semestre I Session 1	Lundi 29 mai 2023
Examens 1er et 2ème semestre I Session 2	Du lundi 12 juin 2023 au vendredi 16 juin 2023
Soutenances de TER et projet I Session 2	Du lundi 19 juin 2023 au mercredi 21 juin 2023
Jury 1er et 2ème semestre I Session 2	Lundi 03 juillet 2023

Planning susceptible de modifications

Présentation de la formation

PRÉSENTATION

Le master Mathématiques Fondamentales et Applications (MFA) est une formation par la recherche exigeante et rigoureuse. Elle vise à former des mathématicien·ne·s professionnels aptes à apporter leur expertise de manière autonome, argumentée, compréhensible et concrète principalement dans le domaine de la recherche académique et de la transmission des savoirs, plus généralement dans tous les domaines où cela s'avère nécessaire.

Issu d'un partenariat entre les universités d'Angers, de Nantes et de Bretagne-Sud (Vannes), le master MFA est adossé aux unités mixtes du CNRS du Laboratoire Angevin de Recherche en Mathématiques (UMR 6093), du laboratoire Jean Leray de Nantes (UMR 6629) et du Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique de Vannes (UMR 6205). Les intervenant·e·s sont des enseignantes-chercheuses, des enseignants-chercheurs, chercheuses et chercheurs chevronné·e·s en poste sur les trois sites.

Le master MFA ouvre, en deuxième année de master, sur trois parcours : MFA-AG, MFA-AP et PSE. Ils préparent:

— à une poursuite d'étude par une thèse académique, en algèbre, topologie ou géométrie pour le parcours MFA-AG, en analyse, analyse numérique ou probabilités pour le parcours MFA-AP. Les emplois visés sont en premier lieu ceux de chercheur ou d'enseignant-chercheur dans les organismes de recherche (CNRS, INRIA, etc..) et les établissements d'enseignement supérieur.
—— au concours de l'agrégation du secondaire pour le parcours PSE de Préparation Supérieure à l'Enseignement. Les lauréat·e·s sont aptes à occuper des postes d'enseignant·e en mathématiques dans le secondaire, en classes préparatoires ou à l'université.

PUBLIC VISÉ

Le Master MFA 1ère année s'adresse en priorité aux étudiant·e·s diplômé·e·s d'une licence de mathématiques ou d'une école d'ingénieurs. Il est à capacité limitée et l'admission en première année du master est sélective. Le recrutement accorde une part importante d'une part aux qualités académiques et à la capacité de travail, d'autre part à la motivation et à l'autonomie.
Les candidatures relevant de la formation continue sont les bienvenues et considérées avec la plus grande attention.
La validation du M1-MFA entraîne l'admission de droit en M2.
Le dépôt des candidatures se fait en ligne, de la mi-avril à la mi-mai, pour une réponse envoyée aux candidat·e·s avant la mi-juin (première phase d'admission). Pour toute candidature au-delà de cette date, contacter le responsable du parcours (2ème phase d'admission, gérée en fonction des places restantes et naturellement de la qualité des candidatures). La procédure pour les étudiant·e·s internationaux est spécifique.
Le Master MFA ouvre la possibilité de candidater *aux bourses de Master Lebesgue*.

ORGANISATION

Pour les trois parcours, la première année M1 du master est en tronc commun M1-MFA. Cet enseignement est dispensé sur Angers.

Les enseignements de deuxième année M2 sont localisés à Nantes. Pour les parcours MFA-AG et MFA-AP, l'équipe pédagogique est constituée d'enseignantes-chercheuses et enseignants-chercheurs d'Angers, Nantes et Vannes. Pour le parcours PSE, l'équipe pédagogique comprend des enseignantes-chercheuses et des enseignants-chercheurs de Nantes et Angers.

COMPÉTENCES

Le master MFA procure une solide formation en mathématiques. En fin de cursus, l'étudiant·e :

— sait construire un raisonnement logique en identifiant clairement hypothèses et conclusions. Elle/il peut modéliser mathématiquement des situations complexes et/ou concrètes, et transférer une expertise mathématique dans un contexte applicatif.

– possède des connaissances et une pratique d'outils et de langages informatiques, en particulier en calcul scientifique (Scilab/Python).

— réussit, au travers d'une première formation à et par la recherche, à aller chercher elle/lui-même les connaissances dont il a besoin ; à creuser jusqu'au bout un sujet ; à le reformuler à mesure que sa compréhension progresse ; à se confronter au doute et à l'incertain ; à transcender ses connaissances scolaires pour innover ; bref à traiter et résoudre des problèmes complexes (parcours MFA).

— sait mettre en relation les savoirs issus des diverses branches des mathématiques et les présenter à l'oral et à l'écrit et suivant une pédagogie adaptée devant une audience d'élèves et d'étudiant·e·s. Elle/il dispose de repères historiques, connaît les enjeux épistémologiques et les problèmes didactiques (parcours PSE).

Volumes horaires Évaluations

SEMESTRE 1								30 ECTS			
UE	Matières	Volumes horaires				ECTS	Coeff.	Contrôle des connaissances			
		CM	TD	TP	Tot.			1ere session		2e session	Durée CT
								Assidus	D.A.		
1	Analyse Hilbertienne	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
2	Corps et extensions de corps	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
3	Sous-variétés, courbes et surfaces	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
4	Analyse Numérique Matricielle	16	12	12	40	5	5	CT-0,4 CC-0,3 TP-0,3[2]	CT-0,66 TP-0,34[2]	CT- 0,66 TP- 0,34[2]	2h30
5	Optimisation non linéaire	16	12	12	40	5	5	CT-0,66 TP-0,34	CT	CT	2h30
6	Histoire des Mathématiques	12	12	0	24	2	2	Oral	Oral	Oral	20mn

1 Note=Max((CC+2CT)/3,CT) en session 1 et 2

2 Note en Session 2 : max(0.66 CT + 0.34 CC, CT). Notation TP basée sur projet (rapport + soutenance), avec report de note si supérieure ou égale à 10.

Conditions de validation du semestre 1 :
Semestre validé si moyenne pondérée des UE

SEMESTRE 2									30 ECTS			
UE	Matières	Volumes horaires				ECTS	Coeff.	Contrôle des connaissances			
		CM	TD	TP	Tot.			1ere session Assidus	1ere session D.A.	2e session	Durée CT
7	Probabilités	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
8	Analyse fonctionnelle	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
9	Groupes de Matrices	13,5	13,5	0	27	3	3	CT-0,67 CC-0,33[2]	CT	CT	1h30
9	Représentations des groupes finis	13,5	13,5	0	27	3	3	CT-0,67 CC-0,33[2]	CT	CT	1h30
10	Analyse complexe	27	27	0	54	6	6	CT-0,67 CC-0,33[1]	CT	CT	3h
11	Projet de recherche	0	0	0	0	6	6	Oral[3]	Oral[3]	Oral[3]	40mn

[1] Note=Max((CC+2CT)/3,CT) en session 1 et 2

[2] Note=moyennes des deux matières
Note=Max((CC+2CT)/3,CT) en session 1 et 2

[3] Rapport écrit + soutenance orale

Conditions de validation du semestre 2 :
Semestre validé si moyenne pondérée des UE

Conditions de validation de l'année :
Admis·e si [(S1+S2)/2]>10/20

CT = Contrôle Terminal
CC = Contrôle Continu

P = Validation en Présentiel
DA = Dispensé d'Assiduité

Contenu des enseignements

SEMESTRE 1

UE1

ANALYSE HILBERTIENNE
Hilbert Analysis

Responsable Nicolas Raymond
nicolas.raymond@univ-angers.fr

Pré-requis
Notions et contenus : Analyse de niveau licence de mathématiques : intégration pratique (Lebesgue), suites et séries, suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, suites de Cauchy.
Algèbre linéaire et bilinéaire de niveau licence : produit scalaire, bases orthonormales, projection orthogonale, Gram-Schmidt.
Compétences :
— Savoir utiliser les théorèmes d'intégration (convergence dominée, monotone, Fubini) et les théorèmes de continuité/dérivabilité sous le signe somme.
— Savoir établir la convergence uniforme d'une suite de fonctions, la convergence normale d'une série de fonctions.
— Savoir construire des bases orthonormales et écrire des matrices de projection orthogonales en dimension finie.

Contenus
— Espaces de Banach, complétude. Espaces de Hilbert : théorème de projection sur un convexe fermé ; dualité, théorème de représentation de Riesz ; bases hilbertiennes.
— Produit de convolution dans L^1 et L^2. Approximation de l'identité, densité des fonctions C-infinies et régularisation.
— Transformée de Fourier dans L^1, L^2 et dans l'espace S de Schwartz. Théorème d'inversion dans L^1, théorème de Plancherel-Parseval et inversion dans L^2, inversion dans S.
— Applications à la construction de bases hilbertiennes (polynômes orthogonaux, séries de Fourier) et à la résolution d'équations de convolutions et d'EDP.

Compétences
— Savoir reconnaître parmi les espaces fonctionnels classiques les Banach et les Hilbert.
— Savoir construire des familles orthonormales et déterminer l'orthogonal d'un sous-espace en dimension infinie.
— Savoir calculer un produit de convolution simple et s'en servir pour régulariser une fonction.
— Savoir calculer une transformée de Fourier simple. Savoir décomposer une fonction périodique en série de Fourier.
— Savoir utiliser les théorèmes d'inversion pour construire des bases hilbertiennes ou résoudre des équations de convolution et des edp dans des situations simples.

Bibliographie indicative
— M. El Amrani, « Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels : niveau M1 ». Ellipses (2008)
— J.M. Bony, « Cours d'Analyse - Théorie des distributions et analyse de Fourier ». Les Éditions de l'École Polytechnique (2001)

UE2

CORPS ET EXTENSIONS DE CORPS
Fields and field extensions

Responsables Xavier Roulleau
xavier.roulleau@univ-angers.fr

Pré-requis
Notions et contenus : Algèbre de licence : anneaux, idéaux, corps de fractions, polynômes, factorisation.
Compétences :
— Savoir factoriser un polynôme. Savoir appliquer l'algorithme d'Euclide dans Z et dans les anneaux de polynômes.
— Savoir identifier les propriétés d'un anneau (commutatif unitaire, factoriel, principal) et d'un idéal (premier, maximal).

Contenus

Racines de l'unité. Polynômes cyclotomiques. Propriétés et formules.
Polynômes symétriques. Le théorème des fonctions symétriques. Théorème de De Viète. Résultant et discriminant.
Exemples de corps, extensions, éléments algébriques et éléments transcendants.
Polynôme irréductible d'un élément algébrique.
K-isomorphismes.
Lien entre l'irréductibilité dans Z[X] et dans Q[X]. Méthodes pour prouver l'irréductibilité dans Z[X].
Degré d'une extension de corps.
Constructions à la règle et au compas.
Corps de rupture et corps de décomposition. Exemple du degré 3.
Corps finis (théorème de Wedderburn, dénombrement de polynômes irréductibles).
Éléments primitifs. Le théorème de l'élément primitif
Extensions normales. Le théorème de décomposition.
Isomorphismes d'extensions de corps et groupe de Galois.

Compétences
— Savoir décomposer effectivement un polynôme symétrique en termes de fonctions symétriques élémentaires.
— Savoir résoudre des équations et des systèmes algébriques en utilisant les formules de Newton et les relations entre coefficients et racines.
— Savoir calculer le résultant et le discriminant dans des cas classiques.
— Savoir mener des calculs dans des corps finis.
— Savoir reconnaître les différents types d'extension.
— Savoir décider de la résolubilité d'une équation algébrique sur des exemples.

Supports ou références
— J. Briançon et P. Maisonobe, « Éléments d'algèbre commutative ». Ellipses (2004)
— J.P. Escofier, « Théorie de Galois ». Dunod (2004)
— I. Stewart, « Galois Theory ». Chapmann & Hall (2015)

UE3

SOUS-VARIÉTÉS, COURBES ET SURFACES
Curves and Surfaces

Responsable Abdallah Assi
abdallah.assi@univ-angers.fr

Prérequis
Notions et contenus : Calcul Différentiel et Géométrie Affine et euclidienne de Licence de mathématiques : théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites dans R^2 et R^3, sous-variétés de R^n, sous-espaces affines, produit scalaire euclidien, orthogonalité.
Compétences :
— Savoir utiliser les théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites dans R^2 et R^3.
— Savoir reconnaître une sous-variété de R^n donnée par un système d'équations de rang maximal.
— Savoir écrire un sous-espace affine comme somme d'un point et d'un sous-espace vectoriel.
— Savoir calculer l'orthogonal à un sous-espace affine en un point donné.

Contenus
— Changement de variables, inversion locale, fonctions implicites. Théorèmes d'immersion et de submersion. Application aux sous-variétés de R^n. Vecteurs tangents, espaces tangents.
— Courbes dans R^3. Paramétrage, reparamétrage. Abscisse curviligne. Longueur d'une courbe.
— Étude locale des courbes planes et gauches : courbure, torsion, plan osculateur, repère de Frenet-Serret.
— Surfaces dans R^3, paramétrages vs équations, coordonnées. Exemples.
— Étude locale des surfaces : première et seconde formes fondamentales. Applications de Gauss et de Weingarten. Courbure de Gauss. Interprétation géométrique de la courbure.
— Paramétrage conforme. Calculs d'aire. Notion d'isométrie locale. Théorème egregium.

Compétences
— Savoir appliquer les théorèmes d'immersion et de submersion pour donner des formes locales simples d'une sous-variété.
— Savoir reparamétrer une courbe par abscisse curviligne et calculer sa longueur.
— Savoir calculer la courbure et la torsion d'une courbe et les interpréter géométriquement.
— Savoir écrire les équations de Frenet-Serret d'une courbe.
— Savoir calculer la première forme fondamentale, la deuxième forme fondamentale, la courbure et les interpréter géométriquement.
— Savoir calculer l'aire d'une surface et vérifier si un paramétrage est conforme.
— Comprendre la signification géométrique d'une isométrie locale et savoir déterminer si deux surfaces sont localement isométriques dans des cas simples.

Bibliographie indicative
— M.P. do Carmo, « Differential Geometry of Curves and Surfaces », Dover (2016).
— S. Montiel et A. Ros, « Curves and Surfaces », AMS (2009).
— D.J. Struik, « Lectures on classical Differential Geometry », Dover (1988).

UE4

ANALYSE NUMÉRIQUE MATRICIELLE
Matrix computation (numerical analysis)

Responsable Eric Delabaere
eric.delabaere@univ-angers.fr

Prérequis
Notions et contenus : Algèbre linéaire et bilinéaire en dimension finie (licence mathématiques L3) ; analyse numérique (licence mathématiques L3) ; langage Python.
Compétences :
Maîtriser les notions principales de l'algèbre linéaire en dimension finie : applications linéaires et matrices, image et noyau, rang, changement de base, valeurs et vecteurs propres, matrice adjointe ; produits scalaires, normes vectorielles et normes matricielles ; connaître les propriétés principales des matrices symétriques et hermitiennes ; connaître les rudiments de la programmation sous Python.

Contenus
Complexité d'un algorithme ; conditionnement d'une matrice ; rayon spectral ; théorème de Schur ; systèmes linéaires, résolution directe : méthodes de Gauss, factorisation LU et PLU, méthode de Cholesky, méthode QR ; moindres carrés ; systèmes linéaires, résolution itérative : méthode de Jacobi, méthode de Gauss-Seidel, méthodes de gradient ; décompositions en valeurs propres et en valeurs singulières (SVD) : méthode de Jacobi, méthode QR, méthode des puissances.

Compétences
— Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de résolution directe de systèmes linéaires, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles : méthodes de Gauss, factorisation LU et PLU, méthode de Cholesky, méthode QR.
— Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de résolution itérative de systèmes linéaires, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles, savoir analyser leur convergence : méthode de Jacobi, méthode de Gauss-Seidel.
— Connaître les conditions d'application des méthodes suivantes de décomposition en valeurs propres ou en valeurs singulières, savoir les expliquer et les mettre en œuvre pour des matrices de petites tailles, savoir analyser leur convergence : méthode des puissances, méthode de Jacobi, méthode QR.
— Savoir expliquer ou construire un script Python des algorithmes précédents, en proposer des améliorations dans certains cadres applicatifs. Connaître et savoir utiliser sous Python des bibliothèques de type numpy ou scipy.linalg.
— Dans des cas pratiques simples, savoir

modéliser un problème menant à la résolution de systèmes linéaires, le traiter numériquement sous Python par application des résultats du cours, et être capable d'interpréter les résultats obtenus.

Bibliographie indicative

— *G. Allaire, S.M. Kaber, « Algèbre linéaire numérique ». Ellipses (2002)*

— *G. Allaire, « Analyse numérique et optimisation ». Éditions de l'École Polytechnique, (2005)*

— *G.H. Golub, C.F. Van Loan, « Matrix Computation ». The John Hopkins University Press, (1989)*

UE5

OPTIMISATION NON-LINÉAIRE

Non-Linear Optimization

Responsable Jean-Marc Labatte

jean-marc.labatte@univ-angers.fr

Prérequis

Notions et contenus :

Calcul différentiel en dimension finie, analyse (licence mathématiques L3) ; algèbre linéaire en dimension finie (licence mathématiques L3) ; analyse numérique (licence L3) ; langage Python.

Compétences :

Maîtriser le calcul de dérivées, la formule de Taylor au second ordre d'une fonction $C^2(R^n)$ (gradient, hessienne) ; connaître et savoir calculer les droites tangentes et les vecteurs normaux à une courbe plane, à une courbe de niveau ; connaître et savoir calculer les plans tangents et les vecteurs normaux à une surface plane, à une surface de niveau ; maîtriser le calcul matriciel et l'interprétation géométrique de l'espace des solutions d'un système linéaire ; connaître les propriétés principales des matrices symétriques réelles et des formes quadratiques ; maîtriser le produit scalaire dans R^n ; connaître les rudiments de la programmation sous Python.

Contenus

Programmation non-linéaire ; fonctions convexes en une et plusieurs variables ; optimisation sans contraintes ; méthode de descente de gradient ; méthode utilisant la hessienne (basée sur la méthode de Newton-Raphson pour résoudre une équation non-linéaire) ; multiplicateurs de Lagrange ; optimisation avec contraintes larges ; méthode de Karush-Kuhn-Tucker ; méthode de pénalisation (du point intérieur).

Compétences

— Connaître le comportement et la caractérisation des ensembles et des fonctions convexes.

— Pour un problème d'optimisation donné, savoir reconnaître sont type (optimisation avec ou sans contraintes) et savoir choisir la méthode adaptée pour le résoudre parmi les suivantes : multiplicateurs de Lagrange, méthode de Karush-Kuhn-Tucker, méthode de pénalisation (du point intérieur).

— Dans des cas simples, savoir résoudre complètement un problème d'optimisation par mise en œuvre des méthodes précédentes.

— Comprendre et savoir utiliser sous Python des algorithmes standards d'optimisation convexe.

— Savoir résoudre des problèmes pratiques d'optimisation en une dimension (optimisation sans ou avec utilisation de la hessienne) en utilisant le logiciel Python.

Bibliographie indicative

— *N. Lauritzen, Undergraduate convexity: From Fourier and Motzkin to Kuhn and Tucker. World Scientific (2013).*

— *S.G. Nash, A. Sofer, Linear and nonlinear optimization. McGraw-Hill (1996).*

— *S.G. Nash, A. Sofer, « Linear and nonlinear optimization ». McGraw-Hill (1996)*

UE6

HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

History of Mathematics

Responsable Mattia Cafasso
mattia.cafasso@univ-angers.fr

Prérequis

Notions et contenus :
Licence de Mathématiques. En particulier, Option 1 : géométrie affine et euclidienne de licence.
Option 2 : Analyse de licence.
Compétences :
Compétences de la licence de mathématiques.

Contenus

Il s'agit de revisiter et approfondir dans un cadre historique certaines notions fondamentales acquises en licence de mathématiques ou au premier semestre de Master 1.
Le programme précis, susceptible de varier chaque année, pourra suivre l'une des options suivantes.
1- Géométries
Le programme d'Erlangen. Actions de groupes et invariants.
Le groupe des transformations euclidiennes du plan. La géométrie euclidienne (distance et, par conséquent, droites et angles)
Le groupe des similitudes et la géométrie euclidienne (droites et angles)
Le groupe des transformations affines du plan. La géométrie affine (droites)
Inversions. Faisceaux de cercles.
Le groupe des transformations circulaires (droites et cercles).
La sphère de Riemann et la liaison avec les transformations de Möbius.
Le groupe des transformations circulaires qui laissent invariant le disque. Le disque de Poincaré comme modèle de la géométrie hyperbolique.
Autres modèles pour la géométrie hyperbolique.
2- Nombres
Différents systèmes de numération dans l'histoire (babylonien, égyptien, romain, indien, etc).
Utilisation des fractions, apparition du zéro, nombres négatifs.
Les nombres réels : quantités mesurables chez les grecs, nombres irrationnels (Pythagore, Euler), constructions des nombres réels (Dedekind, Cauchy), nombres algébriques, transcendants (Liouville), dénombrabilité (Cantor).
Les nombres complexes, lien avec la résolution des équations algébriques.
Les quaternions

Compétences

— Savoir resituer dans une perspective historique les notions de mathématiques acquises.
— Savoir faire le lien entre un texte ancien de mathématiques et ses reformulations modernes.
— Savoir appliquer ses compétences mathématiques de licence pour comprendre en détail un texte historique de mathématiques.

UE7

PROBABILITÉS

Probability

Responsable Rodolphe Garbit
rodolphe.garbit@univ-angers.fr

Pré-requis
Notions et contenus :
Calcul Intégral et Probabilités de L3.
Analyse Hilbertienne : théorème de projection.
Compétences :
Utiliser les théorèmes de convergence, de dérivation et de changement de variable du calcul intégral.
Déterminer des lois de vecteurs aléatoires (calcul de fonctions de répartition, de fonctions caractéristiques, méthode de la fonction muette, convolution).

Contenus
— Compléments de théorie de la mesure : familles déterminant l'égalité de deux mesures, construction de mesures (théorème de Carathéodory, théorème de Kolmogorov), indépendance, loi du 0-1.
— Convergence physique de variables : convergence en probabilité, presque sûre, dans L^p, uniforme intégrabilité, lien entre les modes de convergence. Séries de variables indépendantes, inégalité maximale, loi des grands nombres.
— Convergence en loi : théorème de Lévy, théorème limite central.
— Loi normale multidimensionnelle, vecteurs gaussiens : fonction caractéristique, densité, théorème de Cochran, théorème limite central multidimensionnel.
— Espérance conditionnelle.
— Martingales : filtration, temps d'arrêt, théorèmes d'arrêts, théorèmes de convergence.

Compétences
— Savoir démontrer que deux tribus ou deux mesures de probabilités sont égales.
— Connaître les différents modes de convergence et savoir mettre en œuvre les outils et théorèmes du cours pour démontrer des convergences dans des situations classiques.
— Savoir justifier l'existence et calculer une espérance conditionnelle.
— Savoir utiliser les théorèmes de passage à la limite pour l'espérance conditionnelle.
— Reconnaître une (sous/sur) martingale, reconnaître un temps d'arrêt. Savoir établir des convergences et calculer des probabilités grâce aux théorèmes de martingales.

Bibliographie indicative
— J.Y. Ouvrard, « Probabilités 2 », Cassini (2009)
— P. Barbe et M. Ledoux, « Probabilités », EDP Sciences (2007)

UE8

ANALYSE FONCTIONNELLE

Functional Analysis

Responsable Laurent Meersseman
laurent.meersseman@univ-angers.fr

Prérequis
Notions et contenus :
Analyse au niveau licence de mathématiques : intégration pratique (Lebesgue), suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, notions de topologie dans R^n. Analyse hilbertienne du premier semestre.
Compétences :
— Savoir distinguer ouverts et fermés dans R^n.
— Savoir manier la distance euclidienne.
— Savoir établir la convergence uniforme d'une suite de fonctions ou la convergence normale d'une série.
— Pour les espaces fonctionnels classiques, savoir reconnaître si ce sont des Banach.

Contenus

— Espaces métriques : topologie définie par une distance. Continuité, connexité et compacité. Complétude et point fixe.
— Espaces de fonctions continues sur un métrique. Théorème d'Ascoli et théorème de Stone-Weierstrass. Applications.
— Exemples d'espaces fonctionnels et d'opérateurs : applications linéaires continues et leurs normes, spectre d'un endomorphisme, adjoint. Espaces C^k sur un ouvert de R^n. Exemples d'opérateurs sur $L^2(I)$ où I est un intervalle. Espaces des suites $l^p(Z)$: espaces duaux, opérateurs de décalage, lien avec les séries de Fourier quand p=2, calcul du spectre. Espace de Sobolev $H^1(I)$.

Compétences

— Connaître et comprendre les notions de base de la topologie (ouvert, fermé, compact, connexe) dans un espace métrique.
— Savoir démontrer le caractère complet d'un espace métrique.
— Savoir appliquer les théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle dans des situations simples.
— Savoir calculer la norme d'applications linéaires continues.
— Savoir calculer le spectre d'un opérateur sur des exemples.
— Savoir reformuler des problèmes simples d'analyse fonctionnelle en problèmes sur des opérateurs.

Bibliographie indicative

— *V. Avanissian, « Initiation à l'analyse fonctionnelle ». PUF (1996)*
— *H. Brezis, « Analyse fonctionnelle. Théorie et Applications ». Dunod (2005)*
— *J.B. Conway, « A course in Functional Analysis ». Springer (1994)*
— *D. Li, « Cours d'analyse fonctionnelle avec 200 exercices corrigés ». Ellipses (2013)*
— *W. Rudin, « Analyse fonctionnelle ».Ediscience International (1995)*

UE9

GROUPES DE MATRICES

Classical Groups

Responsable Sinan Yalin
sinan.yalin@univ-angers.fr

Prérequis

Notions et contenus :
Algèbre de licence : algèbre linéaire, groupes.
Analyse et topologie de licence : notions de topologie dans les espaces vectoriels de dimension finie (ouverts, fermés, connexes, compacts), séries.
Géométrie affine et euclidienne de licence.
Cours de Courbes et Surfaces du 1er semestre.
Compétences :
Maîtriser le calcul matriciel et le calcul de déterminants.
Savoir calculer les éléments propres d'une matrice.
Connaître et comprendre le vocabulaire des groupes.
Savoir reconnaître une sous-variété de Rn et calculer son plan tangent.

Contenus

Éléments de topologie pour GL(n, R) et SL(n, R) (connexité et densité des inversibles et des diagonalisables). Idem sur C.
Décomposition polaire de GL(n,R) et GL(n,C).
L'exponentielle d'une matrice carrée (diagonalisable ssi l'exponentielle l'est)
L'étude sur des exemples de l'algèbre de Lie et de l'application exponentielle dans les cas suivants,:
— GL(n) et SL(n) ; l'exponentielle de sl(2, C) dans SL(2,C) n'est pas surjective.
— SU(2) ; représentation matricielle des nombres complexes (SU(2) est la sphère S3 via les quaternions).
— SO(3) ; quaternions et rotations de l'espace,; l'algèbre de Lie so(3) et le produit vectoriel dans R3.
— Rotations de R4 et paires de quaternions. Produits directs et homomor-

phisme de SU(2)xSU(2) dans SO(4).
Liaison entre sous-groupes distingués et idéaux de l'algèbre de Lie (admise dans le cas général et établie pour les exemples considérés) ; application à la simplicité de SO(3), SO(n) avec n impair, et la non simplicité de SO(4).

Compétences

— Raisonner et calculer avec les groupes de matrices et leurs espaces tangents en l'identité.
— Connaître les propriétés topologiques de GL(n,R) ou GL(n,C).
— Savoir utiliser les matrices pour représenter les nombres complexes et les quaternions.
— Savoir montrer que les groupes de matrices classiques sont des sous-variétés et calculer leur algèbre de Lie comme espace tangent.
— Savoir calculer l'exponentielle d'une matrice dans des situations simples. Savoir utiliser l'exponentielle pour relier un groupe de matrices classique et son algèbre de Lie.
— Connaître les propriétés des groupes orthogonaux et unitaires. Savoir calculer la décomposition polaire d'une matrice.

Bibliographie indicative

— P. Caldero, J. Germoni : « Histoires hédonistes de groupes et de géométries ». Calvage et Mounet, 2013-2015.
— R. Mneimné et F. Testard : « Introduction aux groupes de Lie classiques ». Hermann, 1997.
D. Perrin : « Cours d'algèbre ». Ellipses (1996).
J. Stillwell : « Naive Lie Theory ». Springer (2008).

UE9

REPRÉSENTATIONS DES GROUPES FINIS

Representation theory of finite groups

Responsable *Chinh Hoang Lu*
hoangchinh.lu@univ-angers.fr

Prérequis

Notions et contenus :
Algèbre de licence : algèbre linéaire, groupes.
Analyse et topologie de licence : notions de topologie dans les espaces vectoriels de dimension finie (ouverts, fermés, connexes, compacts), séries.
Compétences :
Maîtriser le calcul matriciel et le calcul de déterminants.
Savoir calculer les éléments propres d'une matrice.
Connaître et comprendre le vocabulaire des groupes.
Connaître le vocabulaire des permutations.

Contenus

Représentations et actions. Représentations matricielles. G-modules et algèbre d'un groupe fini.
Réductibilité et théorème de Maschke. G-homomorphismes et le lemme de Schur.
Exemples de représentations irréductibles de S_3 et de S_4.
Caractères. Produit scalaire des caractères. Décomposition de l'algèbre d'un groupe fini.
Classification des représentations irréductibles de S_3, S_4, S_5, D_n.
Représentations par restriction et représentations induites ; représentations de A_4 et A_5.

Compétences

— Savoir reconnaître le caractère irréductible/réductible d'une représentation.
— Connaître les représentations irréductibles de S_3 et de S_4.
— Savoir calculer les caractères d'une représentation.
— Savoir reconnaître et décrire les groupes symétriques, alternés et diédraux.

Bibliographie indicative

— B. Sagan : « Representations of the Symmetric Group ». Springer (2001).
— J.P. Serre : « Représentations linéaires des groupes finis ». Hermann (1998).

UE10

ANALYSE COMPLEXE

Complex Analysis

Responsable Mohammed El Amrani
mohammed.elamrani@univ-angers.fr

Prérequis

Notions et contenus :
Analyse de Licence : calcul dif-férentiel dans R^2, séries entières, suites et séries de fonctions, calcul intégral.
Compétences :
Savoir calculer la différentielle d'une fonction de plusieurs variables.
Savoir développer en série entière les fonctions usuelles. Savoir manipuler et dériver les séries entières.
Savoir intégrer une fonction le long de chemin. Savoir appliquer le théorème de dérivation sous le signe somme.

Contenus

— Notion de fonction holomorphe. Fonctions holomorphes et DSE. Exemples.
— Intégration sur les chemins. Primitives. Théorème de Morera. Formule de Cauchy sur un disque, inégalités de Cauchy, théorème de Liouville.
— Principe des zéros isolés.
Principe du maximum. Lemme de Schwarz.
— Homotopie de lacets. Simple connexité.
Théorème d'inversion locale. Coupures, logarithme et racines carrées. Lien avec la simple connexité.
— Fonctions méromorphes. Séries de Laurent.
Théorèmes des résidus. Application au calcul d'intégrales.
Théorème de Rouché.
— Familles normales. Théorème de Weierstrass de convergence de suites de fonctions holomorphes.

Compétences

— Savoir reconnaître une fonction holomorphe. Savoir développer en série entière une fonction holomorphe simple.
— Savoir utiliser la formule de Cauchy pour établir des relations entre fonctions holomorphes.
— Savoir reconnaître un domaine simplement connexe. Connaître le sens de la fonction racine carrée et de la fonction logarithme sur un domaine simplement connexe.
— Savoir reconnaître une fonction méromorphe et la développer en série de Laurent.
— Savoir calculer des intégrales réelles en utilisant la formule des résidus.
— Savoir appliquer les théorèmes de Rouché et de Weierstrass pour montrer la convergence d'une sous-suite vers une fonction holomorphe non constante.

Bibliographie indicative

— *H. Cartan : « Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes ». Hermann (1992).*
— *B. Chabat : « Introduction à l'analyse complexe », tome 1. Mir (1990).*

UE11

PROJET DE RECHERCHE

Research Project

Responsable Mattia Cafasso
mattia.cafasso@univ-angers.fr

Contenus

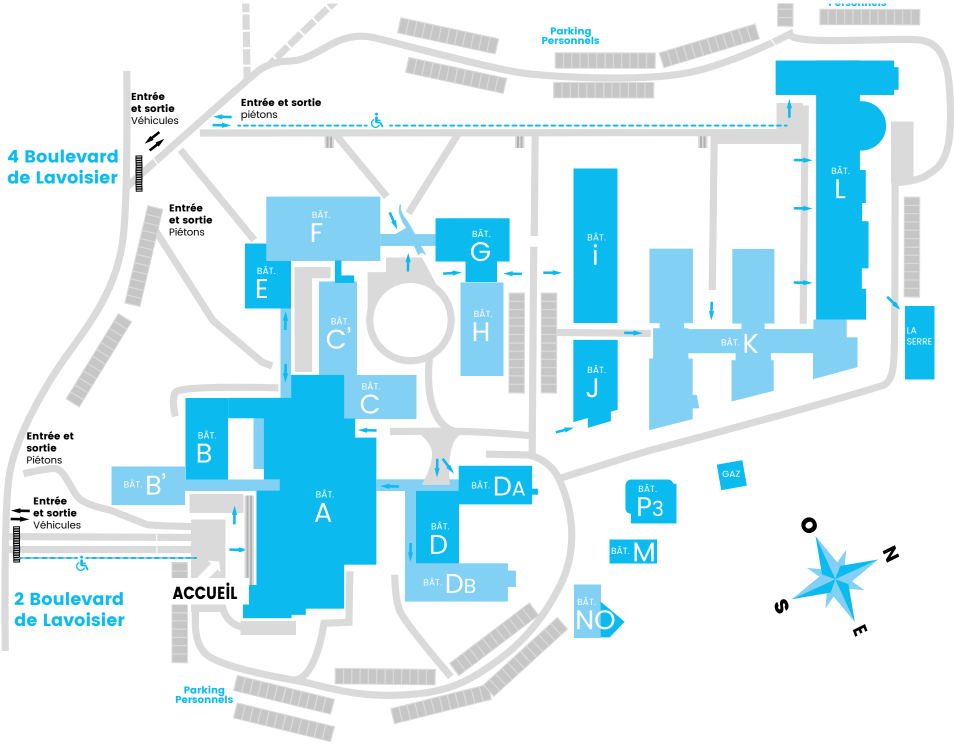
Le projet de recherche, (PRA, aussi appelé Travaux Encadrés de Recherche - TER), est un projet réalisé tout au long du second semestre par l'étudiant en laboratoire, encadré par une enseignante-chercheuse/enseignant-chercheur ou chercheuse/chercheur tutrice/tuteur en poste au LAREMA, donnant lieu à la rédaction d'un rapport et à une soutenance orale devant jury.

Le sujet est choisi par l'étudiant·e dans une liste proposée par les enseignantes-cher- cheuse/enseignants-chercheurs et chercheuses/chercheurs du LAREMA. Il s'agit d'approfondir un thème particulier dans un des domaines couverts par les cours du Master 1.

A titre d'exemple, les sujets suivants ont été proposés en 2021-2022 : Le théorème de Mordell-Weil pour les courbes elliptiques, Théorème de Bézout, Théorème de Mal- grange-Ehrenpreis, La nature fractale des ensembles limite des groupes de Schottky, Sur la distribution des nombres premiers, Fonction P de Weierstrass et courbes el- liptiques, Étude de quelques aspects des marches aléatoires, Bases canoniques de courbes et surfaces algébriques, Classification des surfaces compactes, Théorème de Wigner.

Les documents d'appui sont majoritairement des textes en anglais, ce qui participe de la pratique de l'anglais scientifique.

Compétences visées
— Savoir lire, comprendre et exploiter un article de mathématiques, notamment un article écrit en anglais.
— Savoir détailler et préciser des preuves données succinctement dans un article.
— Savoir rédiger un texte mathématique et utiliser un logiciel de traitement de texte mathématique type Latex.
— Savoir présenter à l'oral des résultats mathématiques sur un sujet donné.
— Savoir répondre à des questions techniques sur le sujet traité.



A Administration ı Scolarité ı Enseignement (Amphi A à E)
B Biologie végétale ı Physiologie végétale ı Travaux pratiques biologie
B' Travaux pratiques biologie
C Travaux pratiques chimie
C' Département de Géologie ı Recherche environnement (LETG -LEESA) ı Recherche géologie (LPGN-BIAF)
D Travaux pratiques physique
Da Enseignement ı Travaux pratiques physique
Db Département de Physique ı Recherche physique (LPHIA)
E Travaux pratiques biologie
F Département de Biologie ı Recherche neurophysiologie (SIFCIR) ı Travaux pratiques biologie, géologie
GH Département Informatique ı Recherche Informatique (LERIA) ı Travaux pratiques géologie
I Département Mathématiques ı Recherche Mathématiques (LAREMA)
J Chimie enseignement ı Travaux pratiques
K Département de Chimie ı Recherche Chimie (MOLTECH Anjou)
L Espace multimédia ı Enseignement (Amphi L001 à L006) ı Salle d'examen rez-de-jardin

Impression Service Reprographie UA

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ D'ANGERS

2, Boulevard Lavoisier
49045 ANGERS CEDEX 01
T.0241735353
www.univ-angers.fr