Licence 2

Sciences, Technologies, Santé

2023-2024

Mathématiques

Mathématiques à distance

L2 MAD

CONNaiSCIENCES université angers

LAB UA

SOMMAIRE

Sommaire interactif
pour revenir
au sommaire
cliquer sur

CONTACTS DE LA FORMATION

— Sandrine TRAVIER : ***Directrice Adjointe à la Pédagogie***
Tél. : 02 41 73 50 01
sandrine.travier@univ-angers.fr

— Lionel BAYLE : ***Responsable pédagogique et Président du Jury***
Tél. : 02 41 73 54 82
lionel.bayle@univ-angers.fr

— ***Gestion de la scolarité et des examens***
Tél. : 02 41 73 53 99
lmad.sciences@contact.univ-angers.fr

— ***Lab'UA Service d'accompagnement en formation à distance***
labua@listes.univ-angers.fr

— ***Direction de la formation continue de l'université d'Angers***
Tél : 02 44 68 86 84
formationpro@univ-angers.fr

SCOLARITÉ – EXAMENS

Bâtiment A, Rez-de-chaussée
Horaires d'ouverture
8h30 – 12h00
13h30 – 16h30
Du lundi au vendredi
Fermé le mercredi après-midi

PRÉSENTATION DE LA FORMATION

ORGANISATION

Cette formation constitue une formation générale en mathématiques au niveau Bac + 2. Elle regroupe, à distance, certains des modules d'enseignement de mathématiques de la Licence 2 MPCIE faite à l'Université d'Angers.

Elle peut être suivie dans sa totalité ou par modules uniquement, et préparée en un an ou sur plusieurs années grâce aux crédits européens (ECTS). Elle peut être suivie en formation initiale ou continue.

Ces modules de licence 2 de mathématiques sont organisés sous forme de «formation ouverte et à distance», c'est-à-dire qu'elle alterne des phases de travail en autonomie et en groupe à distance, tutorées par les enseignants, et des phases de regroupement en présentiel à l'Université d'Angers.

CONDITIONS D'INSCRIPTION

— De droit pour les personnes ayant acquis une première année de licence scientifique à dominante mathématiques.

— De droit pour les étudiants ayant validé une première année des anciens DEUG mention Sciences A, de droit pour les étudiants ayant validé une première année de DEUG sciences et technologies mention Mathématiques, Informatique et Applications aux Sciences (MIAS) ou mention Mathématiques Appliquées et Sciences Sociales (MASS) ou mention Sciences de la Matière (SM).
— Par validation d'acquis d'études pour les candidats français ou étrangers titulaires de diplômes français ne donnant pas inscription de droit.

— Par validation d'acquis d'études pour les candidats français ou étrangers titulaires de diplômes étrangers.

— En formation continue par la validation d'acquis professionnels (VAP) ou de l'expérience (VAE) s'adresser à :
Direction de la Formation Continue de l'Université d'Angers
19 rue Rouchy
49100 Angers
Tél. : 02 44 68 86 84
formationpro@univ-angers.fr

PUBLIC POTENTIEL

En formation initiale :
— Étudiants de L2 ou de classes préparatoires ne pouvant assister à des cours présentiels (problèmes de santé, de handicap, sportifs de haut niveau, étudiants en double cursus).
— Titulaires d'un diplôme de niveau 3 (BTS, DUT, etc..) ou plus (Licence, Master, etc..), souhaitant poursuivre des études nécessitant un bagage mathématique de niveau L2 qu'ils n'ont pas, mais ne nécessitant pas la validation de la L2-MPCIE.

En formation continue :
— Stagiaires ne souhaitant suivre que le programme de mathéma-

tiques d'un L2 à titre de complément de formation.

— Stagiaires titulaires d'un diplôme de niveau 3 ou plus, souhaitant reprendre des études nécessitant un bagage mathématique de niveau L2 qu'ils n'ont pas ou plus.

VOLUMES HORAIRES – ÉVALUATIONS

SEMESTRE 3												
									12 ECTS			
U.E.	Matières	ECTS	Coeff.	Volumes horaires				Contrôle des connaissances				
				Tot.	CM	TD	TP	1re session		2e session	Durée CT
								Assidus	D.A.		
M1	Algèbre linéaire 1	5		50	20	30		CT	CT	CT	2h30
M2	Analyse 1	7		66	26	40		CT	CT	CT	2h30

Total heures / étudiant : 116h
Total heures cumulées sur l'année/étudiant : 116h

SEMESTRE 4									26 ECTS			
U.E.	Matières	ECTS	Coeff.	Volumes horaires				Contrôle des connaissances			
				Tot.	CM	TD	TP	1re session		2e session	Durée CT
								Assidus	D.A.		
M6	Algèbre linéaire 2	7		64	24	40		CT	CT	CT	2h30
M7	Analyse 2	7		64	24	40		CT	CT	CT	2h30
M8	Analyse approfondie	5		55	22	33		CT	CT	CT	2h30
M9	Calcul scientifique et programmation	7		58			58	CT	CT	CT	2h30

Total heures / étudiant : 241h
Total heures cumulées sur l'année/étudiant : 357h

CT = Contrôle Terminal
CC = Contrôle Continu
DA = Dispensé d'Assiduité

Attention

En seconde session, des oraux pourront remplacer les épreuves écrites lorsque l'effectif, la pédagogie ou la matière peuvent le justifier.

CONTENUS DES ENSEIGNEMENTS

La formation représente environ 400 heures d'enseignement sur support numérique réparties entre des contenus de cours et des activités pédagogiques.

SEMESTRE 3

MODULE 1 : ALGÈBRE LINÉAIRE 1

Enseignant Bernard Landreau

Objectifs et esprit du cours
L'objectif de ce cours est l'apprentissage des notions de bases de l'algèbre linéaire, les espaces vectoriels seront présentés en restant dans le cadre des espaces R^n, principalement R^2, R^3 voire R^4 afin que les étudiants acquièrent les techniques de bases du calcul vectoriel dans un cadre concret familier.

Prérequis
Géométrie élémentaire dans le plan et l'espace,
Savoir étudier un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues,
Calcul algébrique élémentaire dans R.

Programme
Matrices à coefficients réels, somme, produit par un scalaire, produit interne, forme échelonnée, forme échelonnée réduite, rang. Transposée, trace, matrices inversibles, calcul de l'inverse.
Déterminants. Méthodes de calcul en petit ordre. Développement par rapport à une ligne ou une colonne. Méthode par échelonnement.
Application : inversibilité d'une matrice et calcul de l'inverse.
Espaces vectoriels sur R, combinaisons linéaires. Sous-espaces vectoriels. Intersection. Somme.
Familles libres, génératrices, bases. Matrice de changement de bases.
Dimension. Théorème de la base incomplète. Dimension d'un sous-espace vectoriel.
Rang d'une famille de vecteurs. Méthode de détermination par échelonnement.
Somme directe de 2 sous-espaces vectoriels.
Sous-espaces vectoriels de R^n
. Description par un système linéaire.
Systèmes linéaires d'équations : résolution par la méthode du pivot de Gauss.
Systèmes de Cramer. Utilisation des déterminants.
Applications linéaires de R^n dans R^p. Formes linéaires.
Noyau et image, surjection, injection, bijection, réciproque. Rang.
Théorème du rang. Composition d 'applications linéaires
Représentation matricielle des applications linéaires, matrice d'une composée, matrice de l'inverse. Applications linéaires classiques.

Compétences développées
— savoir effectuer du calcul matriciel simple, échelonner une matrice, calculer son rang,
— savoir reconnaître une matrice inversible et savoir calculer son inverse,
— savoir prouver qu'un ensemble est un espace vectoriel, qu'un sous-ensemble de R^n est un sous-espace vectoriel, comprendre la notion d'indépendance linéaire, savoir reconnaître les familles libres, génératrices, les bases,
— savoir calculer la dimension d'un espace vectoriel ou d'un sous-espace vectoriel, calculer le rang d'une famille de vecteurs,
— savoir effectuer des changements de bases,
— savoir échelonner un système linéaire par la méthode de Gauss et le résoudre,

— savoir décrire un sous-espace vectoriel par un système linéaire et inversement à partir d'un système linéaire, trouver les caractéristiques du sous-espace vectoriel qu'il représente,
— savoir prouver qu'une application est linéaire,
— savoir écrire la matrice d'une application linéaire dans des bases données,
— savoir calculer le noyau et l'image d'une application linéaire,
— savoir reconnaître une application linéaire injective, surjective, bijective,
— savoir composer des applications linéaires,
— savoir calculer un déterminant par diverses méthodes,
— savoir utiliser l'outil déterminant pour caractériser une famille libre, l'inversibilité d'une matrice ou d'une application linéaire, pour caractériser l'ensemble des solutions d'un système linéaire.

MODULE 2 : ANALYSE 1

Enseignant Lionel Bayle

Prérequis
— Connaître les règles de calculs concernant les nombres réels et complexes et les propriétés de ces nombres.
— Savoir mettre en oeuvres les méthodes de calcul de la limite d'une suite (factorisation des termes dominants et multiplication par la quantité conjuguée dans un quotient, …).
— Savoir utiliser les croissances comparées pour déterminer la limite d'une suite.
— Savoir calculer des limites d'applications.
— Savoir intégrer au sens de Riemann sur un intervalle [a, b].

Programme
Compléments, à l'aide de epsilon, sur la convergence des suites réelles ou complexe :
convergence, critère de Cauchy, passage à la limite des inégalités, critères de convergence dans R, opérations sur les suites, sous-suite extraite (pas de théorème de Bolzanno-Weierstrass).
Les suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
Séries, convergence, critère de Cauchy, séries à termes positifs, convergence absolue, séries géométriques, séries alternées, séries de Riemann et de Bertrand.
Règles de Cauchy et de d'Alembert, comparaison séries/intégrales, théorème de comparaison et d'équivalence.
Intégrales généralisées (ou impropres), convergence, convergence absolue et semiconvergente, critère de Cauchy, théorème de comparaison, des équivalents, intégrales de Riemann et de Bertrand.
Propriétés des intégrales impropres.

Compétences développées
Les suites
— Savoir déterminer si une suite converge ou diverge en utilisant la méthode la plus appropriée.
— Savoir mettre en oeuvre la définition de la converge et le critère de Cauchy.
— Savoir appliquer les règles de passage à la limite des inégalités, les critères de convergence dans R et faire les opérations autorisées sur les suites.
— Savoir travailler sur des sous-suites extraites, relier le comportement d'une suite avec celui de ses sous-suites extraites.
— Savoir déterminer le terme général d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2 en fonction des conditions initiales.

Les séries numériques
— Savoir étudier la convergence d'une série à termes positifs en utilisant la méthode la plus appropriée, notamment en déterminant s'il y a divergence grossière, en la comparant à une série connue, en utilisant un équivalent, en mettant en oeuvre la règle de D'Alembert ou le règle de Cauchy.
— Savoir utiliser le critère de Cauchy.
— Savoir comparer une série et une intégrale afin de déterminer la nature de la série.
— Savoir ramener l'étude de séries réelles ou complexes, à celle d'une série à termes positifs en utilisant la notion d'absolue convergence.
— Savoir reconnaître des séries classiques et décrire leur nature (série géométrique,

série de Riemann, série de Bertrand et série alternée).

Les intégrales généralisées

— Savoir reconnaître les différents types d'intégrales impropres et déterminer les points où l'intégrale est impropre,
— Savoir servir des différentes propriétés des intégrales impropres, utiliser le critère de Cauchy pour une intégrale impropre,
— Savoir mettre en oeuvre le théorème de comparaison, le théorème des équivalents ou le critère d'absolue convergence, pour déterminer la nature d'une intégrale impropre,
— Savoir reconnaître des intégrales impropres classiques et décrire leur nature (intégrales de Riemann et de Bertrand),
— Savoir déterminer la nature d'une intégrale impropre en la comparant à une série de Riemann ou de Bertrand,
— Savoir déterminer l'absolue convergence ou la semi-convergence d'une intégrale impropre.

SEMESTRE 4

MODULE 6 : ALGÈBRE LINÉAIRE 2

Enseignante Hélène Maynadier-Gervais

Prérequis
Les connaissances et compétences acquises dans l'UE Algèbre linéaire 1 du semestre 3 et connaissances sur les polynômes en une indéterminée (notamment factorisation, racines).

Programme
Espaces vectoriels de dimension finie : quelques exemples autres que R^n (espaces de polynômes en une indéterminée, espaces de matrices, espaces vectoriels produits …),
Changement de bases : formules matricielles, matrices semblables,
Réduction des endomorphismes : vecteurs propres, valeurs propres, polynôme caractéristique, sous-espaces propres, endomorphismes diagonalisables,
Applications de la diagonalisation : quelques exemples dans les domaines des matrices, des suites et des systèmes différentiels.

Compétences développées
Les suites
— Espaces vectoriels de dimension finie : savoir mettre en oeuvre dans différents espacesvectoriels de dimension finie les notions définies dans R^n dans l'UE Algèbre linéaire 1 (savoir déterminer si une famille de vecteurs est libre, déterminer une base ou des équations d'un sous espace vectoriel, écrire la matrice d'une application linéaire …),
— Changement de bases : savoir écrire la matrice de passage d'une base à une autre, savoir écrire les coordonnées d'un vecteur dans une base à partir de ses coordonnées dans une autre base, savoir écrire la matrice d'une application linéaire dans une base à partir de sa matrice dans une autre base,
— Réduction des endomorphismes : savoir calculer le polynôme caractéristique d'un endomorphisme, savoir calculer les valeurs propres d'un endomorphisme, savoir déterminer les vecteurs propres d'un endomorphisme, savoir déterminer si un endomorphisme est diagonalisable, savoir déterminer une base dans laquelle un endomorphisme diagonalisable a une matrice diagonale,
— Applications de la diagonalisation : savoir calculer les puissances d'une matrice diagonalisable, savoir déterminer les suites solutions d'un système linéaire dont la matrice est diagonalisable (en particulier, déterminer les suites définies par une relation de récurrence linéaire donnée), savoir résoudre un système différentiel linéaire à coefficients constants dont la matrice est diagonalisable.

MODULE 7 : ANALYSE 2

Enseignant Mattia Cafasso

Prérequis
Les compétences requises sont celles du cours d'Analyse 1 du semestre 3, particulièrement celles concernant les suites et séries numériques.

Programme
Suites et séries de fonctions numériques réelles : convergence simple, uniforme, normale ; critère de Cauchy de convergence uniforme ; limite uniforme d'une suite de fonctions bornées, continues, de classes C^p ; intégration, dérivation.
Séries entières réelles ou complexes : rayon de convergence, règles de d'Alembert et de Cauchy ; développement en série entière des fonctions usuelles.
Séries entières réelles : intégration et dérivation terme à terme.

Compétences développées
A l'issue de la formation les étudiants ou stagiaires seront en capacité :

Suites de fonctions (Temps estimé : 5 séances de cours, 7 séances de tds de

1h20)
— de définir et d'analyser la borne supérieure d'une fonction bornée sur un intervalle;
— de définir et d'analyser la convergence simple et uniforme d'une suite de fonctions;
— d'appliquer les théorèmes de continuité, d'intégration et de dérivation relatives aux
limites uniformes de suites de fonctions;
— de définir et d'appliquer le critère de Cauchy de convergence uniforme des suites de
fonctions.

Séries de fonctions (Temps estimé : 4 séances de cours, 8 séances de tds de 1h20)
— de définir et d'analyser la convergence simple, absolue, normale et uniforme d'une série de fonctions;
— d'appliquer les théorèmes de continuité, d'intégration et de dérivation relatifs aux séries de fonctions uniformément convergentes.

Séries entières (Temps estimé : 4 séances de cours, 7 séances de tds de 1h20)
— de définir et de calculer le rayon de convergence d'une série entière par divers arguments dont les règles de d'Alembert et de Cauchy;
— de définir et d'analyser la convergence simple, absolue et normale d'une série entière sur un disque;
— de définir l'addition, le produit et la dérivée des séries entières, d'estimer leurs rayons de convergence.

Fonctions développables en série entière (Temps estimé : 5 séances de cours, 8 séances de tds)
— de définir le développement en série entière de fonctions classiques;
— de montrer qu'une fonction est développable ou non développable en série entière;
— de faire le lien entre le développement en série entière et les développements limités et de Taylor;
— d'appliquer les règles de dérivation et de primitivation sur les développements en série entière, en particulier dans le cadre des équations différentielles.

MODULE 8 : ANALYSE APPROFONDIE

Enseignant Etienne Mann

Prérequis
Logique, quelques notions de manipulation des quantificateurs.

Programme
Définition rigoureuse des notions de limites et de la continuité et applications aux preuves des théorèmes classiques : Rolle, accroissements finis, Bolzano-Weierstrass, existence d'extremums, Heine. Introduction aux séries de Fourier.

Compétences développées
— Savoir utiliser rigoureusement les fondements de l'analyse mathématique d'une variable réelle de première année d'université.
— Savoir mener un raisonnement rigoureux sur des notions d'analyse d'une fonction d'une variable réelle.
— Savoir démontrer et appliquer le théorème de Rolle et le théorème des accroissements finis.
— Savoir justifier l'existence d'extrema d'une fonction réelle.
— Savoir utiliser la notion de la série de Fourier d'une fonction périodique.
— Savoir calculer des coefficients de Fourier.
— Savoir appliquer des théorèmes de convergence pour les séries de Fourier
Les étudiants doivent être capable de faire un raisonnement très précis avec tous les quantificateurs.

MODULE 9 : CALCUL SCIENTIFIQUE ET PROGRAMMATION

Enseignants Jacquelin Charbonnel | Mattia Cafasso

Prérequis
— Un minimum de compréhension algorithmique, acquise en terminale ou en L1
— Résultats d'analyse vus en L1 : nombres réels, suites, fonctions

Programme
— Introduction à la programmation et à l'algorithmique en Python :
- variables et affectation,
- structures de contrôle itératives et conditionnelles,
- fonctions,
- entrées-sorties,
- gestion des exceptions,
- les objets en Python,
- programmation récursive,
- complexité d'un algorithme, efficacité d'une méthode numérique.

— Graphique en 2D avec les bibliothèques Numpy et Matplotlib

— Les nombres réels en calcul scientifique
- représentation des nombres en virgule flottante
- arrondis et approximations

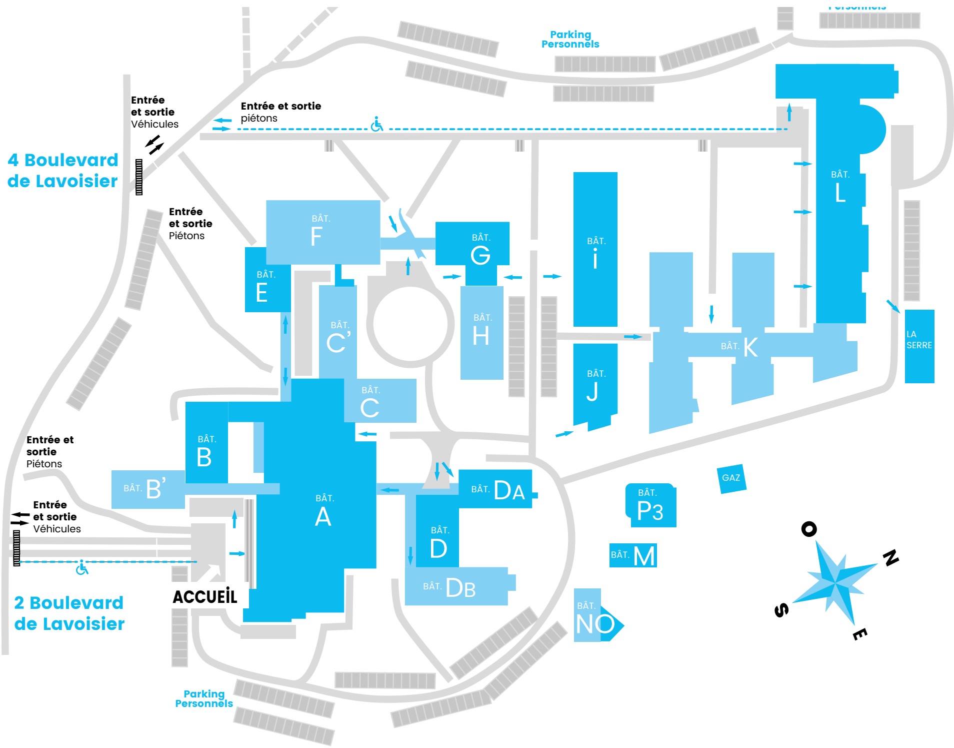
— Suites numériques
- application de l'outil Python à l'étude mathématique des suites
- vitesse de convergence d'une suite
- mise en évidence graphique de phénomènes mathématiques

— Analyse numérique : résolution approchée d'équations numériques
- méthodes de dichotomie, de Newton, de la sécante
- mise en oeuvre sous Python

— Simulation probabiliste.

Objectif
A l'issue de ce cours dont l'orientation générale est celle du programme du CAPES, un étudiant devrait:
— pouvoir donner une présentation claire de ce qu'est un espace affine,
— ne plus confondre les propriétés affines et les propriétés métriques des objets,
— connaître les principales transformations géométriques du plan et les groupes associés,
— relier les différentes présentations des coniques, connaître et reconnaître les différentes quadriques euclidiennes,
– savoir expliciter leurs éléments de symétrie.

Compétences développées
— Savoir utiliser les structures élémentaires de programmation,
— Savoir écrire un programme dans un langage de programmation,
— Savoir organiser un programme en blocs et en fonctions,
— Savoir débugger un programme élémentaire en Python,
— Savoir maîtriser quelques aspects spécifiques du langage Python,
— Savoir utiliser les bibliothèques scientifiques Numpy et Matplotlib,
— Savoir comprendre la notion d'approximation en calcul numérique,
— Savoir appliquer les techniques de programmation Python pour illustrer un problème
mathématique,
— Savoir mettre en oeuvre des méthodes d'analyse numérique,
— Savoir comprendre la problématique de la simulation probabiliste.



A Administration ı Scolarité ı Enseignement (Amphi A à E)
B Biologie végétale ı Physiologie végétale ı Travaux pratiques biologie
B' Travaux pratiques biologie
C Travaux pratiques chimie
C' Département de Géologie ı Recherche environnement (LETG -LEESA) ı Recherche géologie (LPGN-BIAF)
D Travaux pratiques physique
Da Enseignement ı Travaux pratiques physique
Db Département de Physique ı Recherche physique (LPHIA)
E Travaux pratiques biologie
F Département de Biologie ı Recherche neurophysiologie (SIFCIR) ı Travaux pratiques biologie, géologie
GH Département Informatique ı Recherche Informatique (LERIA) ı Travaux pratiques géologie
I Département Mathématiques ı Recherche Mathématiques (LAREMA)
J Chimie enseignement ı Travaux pratiques
K Département de Chimie ı Recherche Chimie (MOLTECH Anjou)
L Espace multimédia ı Enseignement (Amphi L001 à L006) ı Salle d'examen rez-de-jardin

Impression Service Reprographie UA

FACULTÉ DES SCIENCES
UNIVERSITÉ D'ANGERS

2, Boulevard Lavoisier
49045 ANGERS CEDEX 01
T. 02 41 73 53 53
www.univ-angers.fr