

# Licence 3

Sciences, Technologies, Santé

2023-2024

*Mathématiques*

# Mathématiques à distance

$\pi$

L3 MAD



# SOMMAIRE

Contacts de la formation	03
Présentation de la formation	04
Volumes horaires et évaluations	05
<b>Contenus des enseignements</b>	
Semestre 5	06
Semestre 6	08

*Sommaire interactif  
pour revenir  
au sommaire  
cliquer sur ►►*



## CONTACTS DE LA FORMATION

- Sandrine TRAVIER : **Directrice Adjointe à la Pédagogie**  
[sandrine.travier@univ-angers.fr](mailto:sandrine.travier@univ-angers.fr)
- Lionel BAYLE : **Responsable pédagogique et Président du Jury**  
Tél. : 02 41 73 54 82  
[lionel.bayle@univ-angers.fr](mailto:lionel.bayle@univ-angers.fr)
- **Gestion de la scolarité et des examens**  
Tél. : 02 41 73 53 99  
[lmad.sciences@contact.univ-angers.fr](mailto:lmad.sciences@contact.univ-angers.fr)
- **Lab'UA Service d'accompagnement en formation à distance**  
[labua@listes.univ-angers.fr](mailto:labua@listes.univ-angers.fr)
- **Direction de la Formation Continue de l'Université d'Angers**  
Tél : 02 44 68 86 84  
[formationpro@univ-angers.fr](mailto:formationpro@univ-angers.fr)

### SCOLARITÉ – EXAMENS

Bâtiment A, Rez-de-chaussée  
Horaires d'ouverture  
9h00 – 12h30  
13h30 – 17h00  
Du lundi au vendredi  
Fermé le mercredi après-midi



## PRÉSENTATION DE LA FORMATION

### ORGANISATION

La licence constitue une formation générale en mathématiques au niveau Bac + 3 pouvant déboucher vers l'enseignement, la recherche et les formations de type ingénieurs en mathématiques pures ou appliquées. Elle vise également des publics engagés dans les métiers de l'ingénierie ou exerçant des responsabilités nécessitant des connaissances avancées en mathématiques.

Elle peut être suivie dans sa totalité ou par modules uniquement, et préparée en un an ou sur plusieurs années grâce aux crédits européens (ECTS).

Cette licence de mathématiques est organisée sous forme de «formation ouverte et à distance», c'est-à-dire qu'elle alterne des phases de travail en autonomie et en groupe à distance, tutorées par les enseignants, et des phases de regroupement en présentiel à l'Université d'Angers.

### CONDITIONS D'INSCRIPTION

— de droit pour les personnes ayant acquis une deuxième année de licence scientifique à dominante mathématiques (L2, nouveau cursus LMD) ;

— de droit pour les anciens DEUG mentions sciences A;

— de droit pour les DEUG sciences et technologies mention mathématiques, informatique et applications aux sciences (MIAS) ou mention mathématiques appliquées et sciences sociales (MASS) ou mention sciences

de la matière (SM);

— par validation d'acquis d'études pour les candidats français ou étrangers titulaires de diplômes français ne donnant pas inscription de droit ;

— par validation d'acquis d'études pour les candidats français ou étrangers titulaires de diplômes étrangers;

— en formation continue par la validation d'acquis professionnels (VAP) ou de l'expérience (VAE) s'adresser à :

Direction de la Formation Continue de l'Université d'Angers,

19 rue Rouchy

49100 Angers

Tél. : 02 44 68 86 84

[formationpro@univ-angers.fr](mailto:formationpro@univ-angers.fr)

# VOLUMES HORAIRES – ÉVALUATIONS

## SEMESTRE 5

SEMESTRE 5								30 ECTS			
U.E.	Matières	ECTS	Coef.	Volumes horaires				Contrôle des connaissances			
				Tot.	CM	TD	TP	1 <sup>re</sup> session		2 <sup>e</sup> session	Durée CT
								Assidus	D.A.		
S5-UE1	Topologie	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S5-UE2	Intégration	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S5-UE3	Calcul différentiel	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S5-UE4	Groupes	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S5-UE5	Algèbre	4	2	36,6	15,3	21,3	0	CT		CT	2h
	Anglais	2	2	18,4	7,7	10,7	0	CT		CT	1h

## SEMESTRE 6

SEMESTRE 6								30 ECTS			
U.E.	Matières	ECTS	Coef.	Volumes horaires				Contrôle des connaissances			
				Tot.	CM	TD	TP	1 <sup>re</sup> session		2 <sup>e</sup> session	Durée CT
								Assidus	D.A.		
S6-UE1	Analyse complexe	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S6-UE2	Probabilités	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S6-UE3	Anneaux	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S6-UE4	Géométrie	6	6	55	23	32	0	CT		CT	2h30
S6-UE5	Équations différentielles	4	4	36,6	15,3	21,3	0	CT		CT	2h
	Anglais	2	2	18,4	7,7	10,7	0	CT		CT	1h

CT = Contrôle Terminal

CC = Contrôle Continu

DA = Dispensé d'Assiduité



### ATTENTION

En seconde session, des oraux pourront remplacer les épreuves écrites lorsque l'effectif, la pédagogie ou la matière peuvent le justifier.



# CONTENUS DES ENSEIGNEMENTS

La formation représente 550 heures d'enseignement sur support numérique réparties entre des contenus de cours et des activités pédagogiques.

## SEMESTRE 5

### MODULE 1 : TOPOLOGIE

#### Prérequis

Notion de continuité dans  $\mathbb{R}$ . Les suites.

#### Programme

Notions de base de topologie métrique (ouvert, fermé, frontière, distance, norme). Suites et continuité dans les espaces métriques. Espaces topologiques généraux (notion d'homéomorphisme, topologie induite, topologie produit). Etude de la connexité, compacité et complétude. Convexité.

#### Objectifs

Etudier les principales notions de topologie utilisées dans les autres unités de valeurs et nécessaires pour préparer le CAPES ou l'agrégation de mathématiques, ou suivre des cours de Master.

### MODULE 2 : INTÉGRATION

#### Prérequis

Les techniques de base du calcul intégral (intégration par parties, changements de variables élémentaires, intégration des fractions rationnelles).

#### Programme

Révisions sur l'intégrale de Riemann (définition, propriétés, calculs de primitives, continuité et dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre). Clans, tribus et mesures. Mesure de Lebesgue. Fonctions mesurables. Construction de l'intégrale. Fonctions intégrables. Théorèmes de la convergence monotone. Lemme de Fatou. Théorème de la convergence dominée. Liens entre l'intégrale de Riemann et l'intégrale de Lebesgue. Continuité et dérivabilité des intégrales dépendant d'un paramètre. Tribu produit et mesure pro-

duit. Théorèmes de Fubini (sans preuve). Théorème de changement de variables. Complétude des espaces  $L^p$ .

#### Objectifs

A l'issue de ce cours, l'étudiant devrait être capable de :

- Donner quelques raisons de l'introduction de l'intégrale de Lebesgue.
- Comparer l'intégrale de Riemann et l'intégrale de Lebesgue.
- Définir et expliquer la notion d'intégrale d'une fonction mesurable positive par rapport une mesure.
- Utiliser correctement le théorème de convergence monotone et le théorème de convergence dominée.
- Utiliser correctement les conditions de continuité et de dérivabilité d'une intégrale dépendant d'un paramètre.
- Utiliser correctement, et à travers beaucoup d'exemples, les théorèmes de Tonelli et Fubini.

### MODULE 3 : CALCUL DIFFÉRENTIEL

#### Prérequis

Dérivation des fonctions réelles d'une variable réelle. Etude locale des courbes paramétrées dans  $\mathbb{R}^2$ . Rudiments d'algèbre linéaire et bilinéaire.

#### Programme

Notion de différentielle (dimension finie). Interprétation géométrique. Matrice jacobienne. Différentielle d'une application composée. Fonctions de classe  $C^1$  et dérivées partielles. Théorème de la moyenne. Inégalité des accroissements finis et applications. Théorème d'inversion locale. Théorème des fonctions implicites. Application à l'étude locale des courbes et des surfaces. Courbes paramétrées



(branches infinies, étude locale, repère de Frénet). Différentielles d'ordre supérieur. Formule de Schwarz. Formule de Taylor. Points critiques et extremums des applications numériques. Extremums relatifs.

### Objectifs

Se familiariser avec les bases du calcul différentiel et atteindre une bonne compréhension du théorème des fonctions implicites. Ces notions font partie des fondements nécessaires à toute spécialisation en mathématiques (préparation au CAPES, à l'agrégation ou master de mathématiques pures ou appliquées).

## MODULE 4 : GROUPES

### Prérequis

DLes rudiments sur les entiers, les congruences, les matrices, les permutations, la notion de relation et les groupes.

### Programme

Groupes, sous-groupes, générateurs, classes, théorème de Lagrange, sous-groupes normaux. Homomorphismes de groupes. Isomorphismes classiques, ordre d'un élément. Groupe du dièdre, générateurs et relations. Produit direct. Groupes symétriques et alternés. Classification des groupes abéliens d'ordres finis. Groupes de matrices et d'homographies. Action de groupes, orbites, stabilisateurs et sous-groupe d'inertie. Classes de conjugaisons. Groupes en géométrie. Théorèmes de Sylow (sans la preuve).

### Objectifs

Maîtriser les notions d'ordre d'un élément, d'orbite et de sous-groupe. Atteindre un certain niveau de familiarité avec la notion de quotient et les isomorphismes classiques, surtout pour les groupes cycliques et abéliens d'ordres finis. Pouvoir travailler avec des exemples de groupes utilisant générateurs et relations, surtout avec le groupe du dièdre. Connaître un certain nombre d'exemples. Comprendre les théorèmes de Sylow.

## MODULE 5 : ALGÈBRE ET ANGLAIS

## ALGÈBRE

### Prérequis

Connaissances de L2 sur les notions d'espace vectoriel, déterminant, réduction des endomorphismes, d'algèbre bilinéaire, d'espace euclidien et hermitien.

### Programme

Algèbre linéaire, formes linéaires, dualité, déterminant. Réduction des endomorphismes, trigonalisation, diagonalisation, réductions de Jordan et de Dunford, étude des invariants de similitude. Formes bilinéaires et quadratiques. Orthogonalité (méthodes de Gauss et de Gram-Schmidt). Réduction des endomorphismes symétriques. Groupe orthogonal. Etude des espaces euclidiens. Endomorphismes symétriques, groupe orthogonal. Produits mixte et vectoriel.

### Objectifs

Etudier les notions liées à l'algèbre linéaire, bilinéaire et aux espaces euclidiens et hermitiens à un niveau permettant de résoudre les problèmes de CAPES ou d'agrégation.

## ANGLAIS

### Prérequis

Le niveau minimum attendu est celui du bac.

### Programme

Anglais général. Vocabulaire, grammaire et fonctions de langue.

### Objectifs

Remise à plat des connaissances de base en grammaire et vocabulaire:

Pronouns, Questions, numbers & quantitatives, ED, have+EN, comparatives, modals

Etude systématique de quelques fonctions de langue :

Greeting, Repetition - Clarification, Counting, Habits & past events, Recent actions & simple narratives, Making comparisons, Purpose, cause & result, Offers, orders, ability, Probability and hypothesis.



## SEMESTRE 6

### MODULE 6 : ANALYSE COMPLEXE

#### Prérequis

Différentiabilité et dérivabilité partielle. Séries entières. Rudiments de topologie. Théorie élémentaire de l'intégration en la variable réelle.

#### Programme

Définition d'une fonction holomorphe, conditions de Cauchy en coordonnées cartésiennes et polaires.

Séries entières, fonctions analytiques, principes des zéros isolés et du prolongement analytique. Les fonctions classiques: exponentielle, les fonctions trigonométriques et hyperboliques complexes, logarithme et déterminations du logarithme.

Intégration le long d'un chemin, primitives des fonctions complexes (CNS d'existence d'une primitive), primitives des fonctions holomorphes (théorème de Goursat sur un ouvert étoilé, existence locale d'une primitive).

Formule de Cauchy sur un disque, formules de la moyenne, analyticité des fonctions holomorphes, théorèmes de Liouville, de Moréra, du maximum. Notion d'indice.

Homotopie, invariance de l'intégrale par homotopie, simple connexité, formule de Cauchy (y compris aux ordres supérieurs à 1) pour un lacet d'un ouvert simplement connexe.

Les différents types de singularités, théorème de Weierstrass (l'image d'un voisinage d'une singularité essentielle est dense), théorème de Picard (sans démonstration), séries et développements de Laurent, résidus, théorèmes de Rouché, de l'image ouverte. Calculs d'intégrales par la méthode des résidus.

#### Objectifs

Etudier les propriétés élémentaires des fonctions holomorphes nécessaires pour suivre un cours d'analyse complexe niveau Master, présenter l'agrégation de mathématiques ou comprendre certains

phénomènes physiques.

### MODULE 7 : PROBABILITÉS

#### Prérequis

Probabilités et variables aléatoires discrètes (y compris la loi de Bernoulli, binomiale, de Poisson), indépendance, probabilités conditionnelles, espérance et variance (sans notion d'espace probabilisé).

Éléments de base de la théorie de mesure de Lebesgue et l'intégrale de Lebesgue.

#### Programme

Espaces probabilisés et tribus. Variables et vecteurs aléatoires, discrets et continus, ainsi que leurs paramètres (moments, covariance). Lois classiques continues de probabilité. Fonctions caractéristiques. Convergence des suites de variables aléatoires. Loi des grands nombres, théorème central limite.

#### Objectifs

Savoir modéliser les expériences aléatoires à l'aide du langage développé dans le programme. Fournir les fondements nécessaires pour la poursuite d'études en Master professionnel ou recherche, pour la préparation du CAPES et de l'agrégation de mathématiques ou pour comprendre les applications des probabilités.

### MODULE 8 : ANNEAUX

#### Prérequis

Familiarité avec les anneaux classiques  $\mathbb{Z}$  et  $k[t]$ .

#### Programme

Anneaux commutatifs, intègres, corps, corps de fractions, notion de caractéristique, sous-anneaux, homomorphisme d'anneaux.

Exemples d'anneaux classiques :  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ,  $A[X]$ ,  $\mathbb{Z}[i]$ , anneaux d'endomorphismes et de séries formelles et de Laurent.

Idéaux et leurs propriétés, idéaux pre-





miers et maximaux, anneaux quotients, principaux et noethériens.

Propriétés arithmétiques des anneaux : divisibilité, inversibilité, éléments associés, factorisation, pgcd, ppcm, éléments premiers et irréductibles. Groupe des unités d'un anneau. Anneaux factoriels et euclidiens.

Propriétés des anneaux classiques.

### Objectifs

En se centrant sur des exemples concrets ( $\mathbb{Z}$ ,  $k[x]$ ,  $k[x,y]$  et leurs quotients) introduire les concepts usuels liés aux anneaux et montrer leur pertinence pour résoudre divers problèmes d'arithmétique.

## MODULE 9 : GÉOMÉTRIE

### Prérequis

Une bonne connaissance du langage de la géométrie plane vue au lycée (droites, triangles, cercles, translations, homothéties, théorèmes de Thalès et Pythagore)

Notions de trigonométrie: interprétation des fonctions usuelles, formules classiques, formule de Moivre. Interprétation géométrique du produit scalaire.

### Programme

Espaces affines. Sous-espaces affines. Barycentres. Applications affines. Applications affines classiques. Théorèmes classiques (Thalès, Ceva, Ménélaus). Géométrie euclidienne.

### Objectifs

Avoir étudié la structure d'espace affine ou de sous-espace affine d'un ensemble, manipuler la notion de barycentre. Être capable d'étudier une application affine, de travailler avec les théorèmes classiques de géométrie. Savoir travailler en géométrie euclidienne.

## MODULE 10 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ET ANGLAIS.

### ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

#### Prérequis

De bonnes bases en algèbre linéaire en dimension finie, y compris la réduction d'endomorphismes. Propriétés géné-

rales des espaces vectoriels normés en dimension finie. Connaissances requises en calcul différentiel et intégral.

### Programme

Solutions maximales et globales. Courbe intégrale. Trajectoire ou orbite. Champ de vecteurs et champ de directions. Equations à variables séparables. Equations homogènes. Equations classiques: Bernoulli, Riccati. Equations différentielles de la forme  $x' = f(t,x)$ . Problème de Cauchy. Théorèmes d'existence et d'unicité des solutions: théorème de Cauchy-Peano-Arzela (admis), théorème de Cauchy-Lipschitz. Equations différentielles linéaires à coefficients constants ou variables. Système fondamental de solutions. Résolvante. Wronskien. Méthodes de résolution explicite. Dépendance des solutions par rapport aux paramètres et aux conditions initiales. Lemme de Grönwall. Méthodes numériques à un pas.

### Objectifs

Etudier les principales notions nécessaires pour préparer le CAPES de mathématiques. Fournir les fondements nécessaires pour la poursuite d'étude en Master professionnel ou recherche en mathématiques, ainsi que pour la préparation à l'agrégation de mathématiques.

## ANGLAIS

### Programme

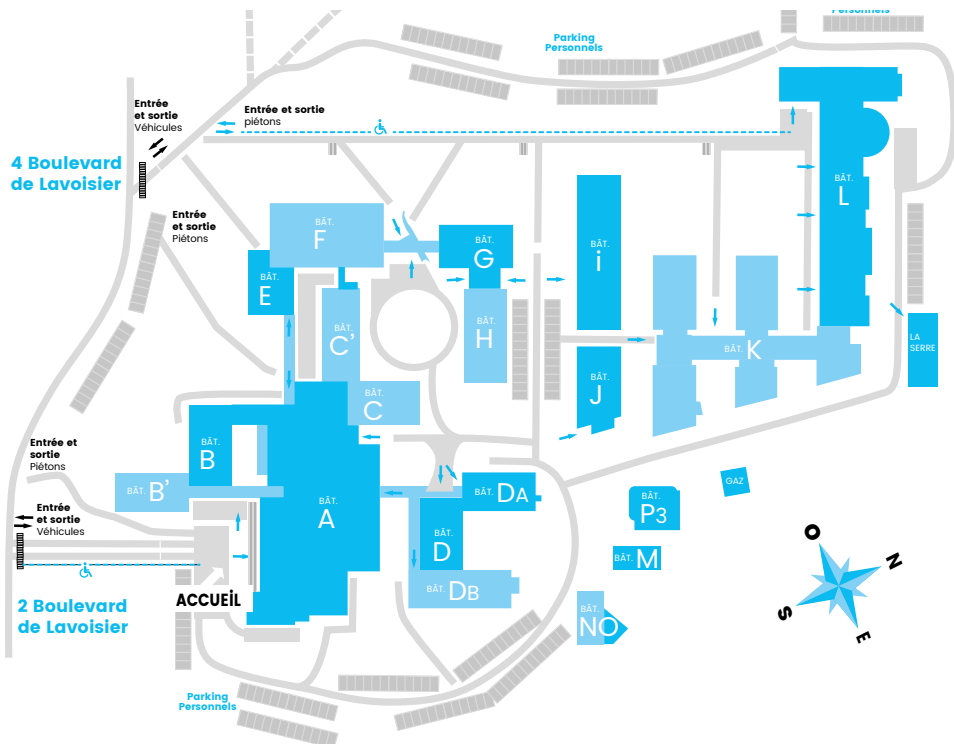
Anglais général. Introduction à l'anglais scientifique. Anglais pratique (introduction à la présentation orale et écrite).

### Objectifs

— Remise à plat des connaissances de base en grammaire et vocabulaire : Conditional - Linkwords - Prepositions & phrasal verbs - Infinitives & gerunds - Relatives - Passive -

— Etude systématique de quelques fonctions de langue :

Description - Size, colours, shapes - Reported speech - Hypothesis - Graphs - Statistics & data - Needs & wants - Oral and written presentations.



- A** Administration | Scolarité | Enseignement (Amphi A à E)
- B** Biologie végétale | Physiologie végétale | Travaux pratiques biologie
- B'** Travaux pratiques biologie
- C** Travaux pratiques chimie
- C'** Département de Géologie | Recherche environnement (LETG -LEESA) | Recherche géologie (LPGN-BIAF)
- D** Travaux pratiques physique
- Da** Enseignement | Travaux pratiques physique
- Db** Département de Physique | Recherche physique (LPHIA)
- E** Travaux pratiques biologie
- F** Département de Biologie | Recherche neurophysiologie (SIFCIR) | Travaux pratiques biologie, géologie
- GH** Département informatique | Recherche informatique (LERIA) | Travaux pratiques géologie
- I** Département Mathématiques | Recherche Mathématiques (LAREMA)
- J** Chimie enseignement | Travaux pratiques
- K** Département de Chimie | Recherche Chimie (MOLTECH Anjou)
- L** Espace multimédia | Enseignement (Amphi L001 à L006) | Salle d'examen rez-de-jardin