

# Analyse fonctionnelle



## En bref

- › Langue(s) d'enseignement: Français
- › Ouvert aux étudiants en échange: Oui

## Présentation

### Description

Espaces métriques: topologie définie par une distance. Continuité, connexité et compacité. Complétude et point fixe.

Espaces de fonctions continues sur un métrique. Théorème d'Ascoli et théorème de Stone-Weierstrass. Applications.

Exemples d'espaces fonctionnels et d'opérateurs: applications linéaires continues et leurs normes, spectre d'un endomorphisme, adjoint. Espaces  $C^k$  sur un ouvert de  $\mathbb{R}^n$ . Exemples d'opérateurs sur  $L^2(I)$  où  $I$  est un intervalle. Espaces des suites  $l_p(\mathbb{Z})$ : espaces duaux, opérateurs de décalage, lien avec les séries de Fourier quand  $p=2$ , calcul du spectre. Espace de Sobolev  $H^1(I)$ .

### Objectifs

– Connaître et comprendre les notions de base de la topologie (ouvert, fermé, compact, connexe) dans un espace métrique.

– Savoir démontrer le caractère complet d'un espace métrique.

– Savoir appliquer les théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle dans des situations simples.

– Savoir calculer la norme d'applications linéaires continues.

– Savoir calculer le spectre d'un opérateur sur des exemples.

– Savoir reformuler des problèmes simples d'analyse fonctionnelle en problèmes sur des opérateurs.

### Heures d'enseignement

CM - Analyse fonctionnelle	Cours magistral	27h
TD - Analyse fonctionnelle	Travaux dirigés	27h

### Pré-requis nécessaires

Analyse au niveau licence de mathématiques: intégration pratique (Lebesgue), suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, notions de topologie dans  $\mathbb{R}^n$ . Analyse hilbertienne du premier semestre.

Savoir distinguer ouverts et fermés dans  $\mathbb{R}^n$ .

Savoir manier la distance euclidienne.

Savoir établir la convergence uniforme d'une suite de fonctions ou la convergence normale d'une série.

Pour les espaces fonctionnels classiques, savoir reconnaître si ce sont des Banach.

## Informations complémentaires

Sur l'espace moodle du Master MFA

## Bibliographie

V. Avanişian, « Initiation à l'analyse fonctionnelle ». PUF (1996).

H. Brezis, « Analyse fonctionnelle. Théorie et Applications ». Dunod (2005).

J.B. Conway, « A course in Functional Analysis ». Springer (1994).

D. Li, « Cours d'analyse fonctionnelle avec 200 exercices corrigés ». Ellipses (2013).

W. Rudin, « Analyse fonctionnelle ». Ediscience International (1995)