

# Analyse Hilbertienne



Niveau  
d'étude  
BAC +4



ECTS  
6 crédits



Composante  
Faculté des  
sciences

## En bref

- › Langue(s) d'enseignement: Français
- › Ouvert aux étudiants en échange: Oui

## Présentation

### Description

#### Contenu :

# Espaces de Banach, complétude. Espaces de Hilbert : théorème de projection sur un convexe fermé ; dualité, théorème de représentation de Riesz ; bases hilbertiennes.  
# Produit de convolution dans  $L^1$  et  $L^2$ . Approximation de l'identité, densité des fonctions  $C$ -infinies et régularisation.  
# Transformée de Fourier dans  $L^1$ ,  $L^2$  et dans l'espace  $S$  de Schwartz. Théorème d'inversion dans  $L^1$ , théorème de Plancherel-Parseval et inversion dans  $L^2$ , inversion dans  $S$ .  
# Applications à la construction de bases hilbertiennes (polynômes orthogonaux, séries de Fourier) et à la résolution d'équations de convolutions et d'EDP.

### Heures d'enseignement

CM	Cours magistral	27h
TD	Travaux dirigés	27h

### Pré-requis obligatoires

#### Notions et contenus :

Analyse de niveau licence de mathématiques : intégration pratique (Lebesgue), suites et séries, suites et séries de fonctions, convergence uniforme, normale, suites de Cauchy.

Algèbre linéaire et bilinéaire de niveau licence : produit scalaire, bases orthonormales, projection orthogonale, Gram-Schmidt.

### Compétences :

# Savoir utiliser les théorèmes d'intégration (convergence dominée, monotone, Fubini) et les théorèmes de continuité/dérivabilité sous le signe somme.

# Savoir établir la convergence uniforme d'une suite de fonctions, la convergence normale d'une série de fonctions.

# Savoir construire des bases orthonormales et écrire des matrices de projection orthogonales en dimension finie.

## Informations complémentaires

Sur l'espace moodle du Master MFA

## Compétences visées

# Savoir reconnaître parmi les espaces fonctionnels classiques les Banach et les Hilbert.

# Savoir construire des familles orthonormales et déterminer l'orthogonal d'un sous-espace en dimension infinie.

# Savoir calculer un produit de convolution simple et s'en servir pour régulariser une fonction.

# Savoir calculer une transformée de Fourier simple. Savoir décomposer une fonction périodique en série de Fourier.

# Savoir utiliser les théorèmes d'inversion pour construire des bases hilbertiennes ou résoudre des équations de convolution et des edp dans des situations simples.

## Bibliographie

- M. El Amrani, « Analyse de Fourier dans les espaces fonctionnels : niveau M1 ». Ellipses (2008)
- J.M. Bony, « Cours d'Analyse - Théorie des distributions et analyse de Fourier ». Les Éditions de l'École Polytechnique (2001)

## Infos pratiques

---

### Lieu(x)

› Angers

### Campus

› Campus Belle-beille