

# Calcul intégral et applications



ECTS  
6 crédits



Composante  
Faculté des  
sciences

## En bref

- › Langue(s) d'enseignement: Français
- › Ouvert aux étudiants en échange: Oui

## Présentation

### Description

› Dénombrabilité : ensembles équipotents, dénombrabilité de  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  et  $\mathbb{Q}$ , produit fini d'ensembles dénombrables, réunion dénombrable d'ensembles dénombrables, non dénombrabilité de  $\mathbb{R}$ . Exemples d'application.

A) Rappels sur l'intégrale de Riemann :

Sommes de Riemann, intégrabilité au sens de Riemann, propriétés de l'intégrale (linéarité, positivité), caractérisation des fonctions intégrables (admis). Théorème fondamental du calcul intégral, primitives. Révision des techniques de calcul : intégration par parties, changement de variable, primitives des fractions rationnelles.

B) Intégrale de Lebesgue :

# Intégrale des fonctions mesurables positives sur un espace mesuré quelconque : construction, linéarité, positivité, théorème de convergence monotone, lemme de Fatou.

# Intégrabilité au sens de Lebesgue, ensemble négligeables, propriétés vraies presque partout, théorème de convergence dominée, espace  $L^1$ , complétude, théorème de continuité et de dérivation d'une intégrale dépendant d'un paramètre.

# Mesure et intégrale de Lebesgue sur  $\mathbb{R}$ , lien avec l'intégrale de Riemann.

# Intégration dans les espaces produits : mesure produit, théorème de Fubini, mesure de Lebesgue sur  $\mathbb{R}^n$ .

# Théorème de changement de variables dans  $\mathbb{R}^n$ , systèmes de coordonnées classiques, application au calcul d'aires et de volumes.

### Heures d'enseignement

CM	Cours magistral	12h
TD	Travaux dirigés	17,3h
CM	Cours magistral	10h
TD	Travaux dirigés	14,7h