Groupes de Matrices

Composante
Faculté des sciences

En bref

- Langue(s) d'enseignement: Français
- Ouvert aux étudiants en échange: Oui

Présentation

Description

Contenu :

Éléments de topologie pour GL(n, R) et SL(n, R) (connexité et densité des inversibles et des diagonalisables). İdem sur C.

Décomposition polaire de GL(n,R) et GL(n,C).

L'exponentielle d'une matrice carrée (diagonalisable ssi l'exponentielle l'est)

L'étude sur des exemples de l'algèbre de Lie et de l'application exponentielle dans les cas suivants,:

GL(n) et SL(n) ; l'exponentielle de sl(2, C) dans SL(2,C) n'est pas surjective.

SU(2) ; représentation matricielle des nombres complexes (SU(2) est la sphère S3 via les quaternions).

SO(3) ; quaternions et rotations de l'espace,; l'algèbre de Lie so(3) et le produit vectoriel dans R3.

Rotations de R4 et paires de quaternions. Produits directs et homomorphisme de SU(2)xSU(2) dans SO(4).

Liaison entre sous-groupes distingués et idéaux de l'algèbre de Lie (admise dans le cas général et établie pour les exemples considérés) ; application à la simplicité de SO(3), SO(n) avec n impair, et la non simplicité de SO(4).

Heures d'enseignement

CM - Groupes de Matrices	Cours magistral	13,5h
TD - Groupes de Matrices	Travaux dirigés	13,5h

Pré-requis obligatoires

Notions et contenus :

Algèbre de licence : algèbre linéaire, groupes.

Analyse et topologie de licence : notions de topologie dans les espaces vectoriels de dimension finie (ouverts, fermés, connexes, compacts), séries.

Géométrie affine et euclidienne de licence.

Cours de Courbes et Surfaces du 1er semestre.

Compétences :

Maîtriser le calcul matriciel et le calcul de déterminants.

Savoir calculer les éléments propres d'une matrice.

Connaître et comprendre le vocabulaire des groupes.

Savoir reconnaître une sous-variété de Rn et calculer son plan tangent.

Informations complémentaires

Sur l'espace moodle du Master MFA

Compétences visées

Raisonner et calculer avec les groupes de matrices et leurs espaces tangents en l'identité.

Connaître les propriétés topologiques de GL(n,R) ou GL(n,C).

Savoir utiliser les matrices pour représenter les nombres complexes et les quaternions.

Savoir montrer que les groupes de matrices classiques sont des sous-variétés et calculer leur algèbre de Lie comme espace tangent.

Savoir calculer l'exponentielle d'une matrice dans des situations simples. Savoir utiliser l'exponentielle pour relier un groupe de matrices classique et son algèbre de Lie.

Connaître les propriétés des groupes orthogonaux et unitaires. Savoir calculer la décomposition polaire d'une matrice.

Bibliographie

P. Caldero, J. Germoni : « Histoires hédonistes de groupes et de géométries ». Calvage et Mounet, 2013-2015.

R. Mneimné et F. Testard : « İntroduction aux groupes de Lie classiques ». Hermann, 1997.

D. Perrin : « Cours d'algèbre ». Ellipses (1996).

J. Stillwell : « Naive Lie Theory ». Springer (2008).