

Sous-variétés, courbes et surfaces



ECTS
6 crédits



Composante
Faculté des
sciences

En bref

- › Langue(s) d'enseignement: Français
- › Ouvert aux étudiants en échange: Oui

Présentation

Description

Changement de variables, inversion locale, fonctions implicites. Théorèmes d'immersion et de submersion. Application aux sous-variétés de \mathbb{R}^n . Vecteurs tangents, espaces tangents.

Courbes dans \mathbb{R}^3 . Paramétrage, reparamétrage. Abscisse curviligne. Longueur d'une courbe.

Étude locale des courbes planes et gauches : courbure, torsion, plan osculateur, repère de Frenet-Serret.

Surfaces dans \mathbb{R}^3 , paramétrages vs équations, coordonnées. Exemples.

Étude locale des surfaces : première et seconde formes fondamentales. Applications de Gauss et de Weingarten. Courbure de Gauss. Interprétation géométrique de la courbure.

Paramétrage conforme. Calculs d'aire. Notion d'isométrie locale. Théorème egregium.

Objectifs

Savoir appliquer les théorèmes d'immersion et de submersion pour donner des formes locales simples d'une sous-variété.

Savoir reparamétriser une courbe par abscisse curviligne et calculer sa longueur.

Savoir calculer la courbure et la torsion d'une courbe et les interpréter géométriquement.

Savoir écrire les équations de Frenet-Serret d'une courbe.

Savoir calculer la première forme fondamentale, la deuxième forme fondamentale, la courbure et les interpréter géométriquement.

Savoir calculer l'aire d'une surface et vérifier si un paramétrage est conforme.

Comprendre la signification géométrique d'une isométrie locale et savoir déterminer si deux surfaces sont localement isométriques dans des cas simples.

Heures d'enseignement

CM - Sous-variétés, Courbes et surfaces Cours magistral 27h

TD - Sous-variétés, Courbes et surfaces Travaux dirigés 27h

Pré-requis nécessaires

Calcul Différentiel et Géométrie Affine et euclidienne de Licence : théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 , sous-variétés de \mathbb{R}^n , sous-espaces affines, produit scalaire euclidien, orthogonalité.

Savoir utiliser les théorèmes d'inversion locale et des fonctions implicites dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 .

Savoir reconnaître une sous-variété de \mathbb{R}^n donnée par un système d'équations de rang maximal.

Savoir écrire un sous-espace affine comme somme d'un point et d'un sous-espace vectoriel.

Savoir calculer l'orthogonal à un sous-espace affine en un point donné.

Informations complémentaires

Sur l'espace moodle du Master MFA

Bibliographie

M.P. do Carmo, « Differential Geometry of Curves and Surfaces », Dover (2016).

S. Montiel et A. Ros, « Curves and Surfaces », AMS (2009).

D.J. Struik, « Lectures on classical Differential Geometry », Dover (1988).